

Convolutional PML を用いた FEM 地盤モデルの 地震入力の適用性評価と表面波入力に対する影響評価

Applicability evaluation of earthquake wave and influence evaluation of surface wave in FEM-CPML ground model

宇野 州彦*・塩尻 弘雄**・ラヘマン パレハテ***・三藤 正明****
Kunihiko Uno, Hiroo Shiojiri, Pahaiti Laheman and Masaaki Mitou

* 修(工) 五洋建設(株) 技術研究所 (〒329-2746 栃木県那須塩原市四区町 1534-1)
(九州大学大学院 工学府建設システム工学専攻 博士後期課程)

** 工博 日本大学教授 理工学部土木工学科 (〒101-8308 東京都千代田区神田駿河台 1-8)

*** 日本大学大学院 理工学研究科土木工学専攻 博士後期過程 (〒101-8308 東京都千代田区神田駿河台 1-8)

**** 工博 五洋建設(株) 技術研究所所長 (〒329-2746 栃木県那須塩原市四区町 1534-1)

PML(Perfectly matched layer), especially Convolutional PML is known to have high capability of wave absorption. Unfortunately, it is not possible to input earthquake waves through PML, contrary to viscous damper. A method to apply seismic waves on FEM domain enclosed by Convolutional PML is described for material with damping. By comparing the numerical results by this method with those by conventional methods, the validity of the proposed method is shown. The effect of each PML parameter is also clarified. Next, Convolutional PML is applied to the model with elongated domain in numerical simulation of surface wave and its superiority over Conventional PML and viscous boundary is demonstrated by numerical results.

Key Words: transparent boundary, Convolutional PML, PML parameter, surface wave
キーワード: 透過境界, 畳み込みPML, PML パラメータ, 表面波

1. はじめに

近年, 社会基盤施設等の耐震設計法においては, 「道路橋示方書・同解説」¹⁾や「港湾の施設の技術上の基準・同解説」²⁾等に見られるように, 構造物ごとの目標性能を設定し, これを満足するように設計する性能設計法へと移行しつつある. そのような中, 先日発生した東北地方太平洋沖地震においては, 地震よりもむしろ津波による被害が甚大であり, 今回の津波を想定し, かつ設計に詳細に盛り込めなかった構造物等は多くの被害を受けており, このことは要求性能を今後どのように設定していくかが問われているとも言える³⁾. 近い将来においても, 東海地震, 南海地震, 東南海地震, 南関東地震や, 首都圏直下型地震等も発生が懸念されており, 性能設計法への期待と, 耐震設計レベルのさらなる高度化が要求されている.

構造物の耐震設計においては, 動的解析が主流となっており, またその解析においても, 地盤条件等を適切に考慮した上で構造物の応答を評価しなければならぬ^{例えば4)9)}. 近年では, コンピュータ技術の発展と, 先に述べた性能設計法に伴う変形解析のニーズの高まりから, 地盤-構造物系の動的解析を FEM にて行う機会が増えている. しかし

ながら, このような FEM 解析は, 側方・底面境界で発生する反射波の影響により応答の精度が低下することを防ぐため, 地盤のモデル化に大規模な領域が必要であり, 結果として多量の計算量を必要とする. これはコンピュータ能力の向上により, 一部は対応可能な面もあるが, ソフトウェアの面でも計算量低減のアルゴリズム開発を行う必要がある.

著者らは, 近年, 周波数領域での解析のみならず, 時間領域での解析においても, 高い性能で反射波を吸収する PML(Perfectly Matched Layer)¹⁰⁾⁻¹⁹⁾境界に着目し, これまで様々な検討を行ってきた. 具体的には, 固体の有限要素法に適合する対称な係数の PML の定式化, および PML を有する数値モデルに対する地震波入力方式の定式化を行い, 具体例を挙げて地盤領域のモデル化範囲が小さくても精度のよい応答結果となることを示した^{10),20)-22)}. さらに, Convolutional PML について, 有限要素法と整合し, かつ係数マトリックスが対称な定式化を行い, 対象とする要素が非線形を示した際にも, 精度よく適用可能であることを一次元の簡単な計算例を用いて示した. さらに, 文献²³⁾において, 速度比例型の減衰を考慮できるよう改良し, その定式化を示した.

さらに不規則波の入力に関しては、波形の積分法による影響²⁴⁻²⁶⁾にまず着目し、提案されている数種類の積分法が、対象モデルにどのような影響を及ぼすのかを確認し、問題点を整理した上で地震動を入力した場合においても有効であることを示した。さらに、文献²⁹⁾ではPMLを用いた解析モデルでは地震動の入力方法が特殊であるため、その入力方式が解析精度に及ぼす影響についても検討した^{27,28)}。

今回は具体的に橋梁構造物を例に、地盤一構造物系の地震応答解析において、Convolutional PMLの有効性を示す。また文献²⁹⁾では、PMLのパラメータ設定が解析精度に与える影響を検討し、最適なPMLのパラメータを探索した。しかしながら検討数が少なかったことや解析精度の問題もあったため、各パラメータの感度についてまでは詳細に検討できなかった。本論文において、さらにパラメータの影響について検討する。

さらに、地盤の境界条件設定でこれまで課題とされてきた表面波の解析におけるConvolutional PMLの有効性についても検討する。表面波は、波の進行方向が底面と並行であるが、進行速度が実体波と異なるため、一般に用いられる境界条件では精度が悪くなってしまふ。これまで表面波解析においては有効な境界条件は示されておらず、解析領域を大きく確保することが考えられていたが、このような解析に対してもConvolutional PMLを用いることで、解析領域を小さくしても精度の向上が図れることを示す。

2. 速度減衰機構を考慮した Convolutional PML および地震入力の定式化

2.1 速度減衰機構を考慮した Convolutional PML の定式化

PMLの定式化に関しては、既往の研究^{19,20)}で詳細に示しているが、今回は地震入力の定式化において、速度減衰を導入できるように改良を行っているため、次節での説明の補足の意味で、Convolutional PMLの定式化に関して簡単に説明する。なお、詳細に関しては、既往の研究^{20,21)}を参考にされたい。

また、本論文ではConvolutional PMLとPMLに関する比較検討も行っているが、共通するような理論や内容の場合は、単にPMLと記載している。通常のPMLのみにしか適用できない事項がある場合には、その都度説明を加えることとする。

PML内の座標 \tilde{x}_i はFEM内のデカルト座標 x_i と式(1)で関連付けられる。

$$\tilde{x}_i = \int_0^{x_i} \lambda_i(s) ds \quad (1)$$

ここで、 x_i は座標の*i*成分、 \tilde{x}_i はその変換後の成分、 λ_i は式(2)で表されるものとした。なおここでの*s*は積分変数で、以降に示す表面に対する積分*s*とは異なり、特に意味はもたない。

通常のPMLは、 $\omega = 0$ で λ_i が無限大となる可能性がある。そこで、次のように座標変換係数を変え、 ω の実軸上の特異点をなくす。つまり、通常のPMLは $\alpha_i = 0$ であり、この点が通常のPMLとConvolutional PMLとの違いである。

$$\lambda_i = k_i + \frac{\beta_i}{\alpha_i + i\omega} \quad (2)$$

ここで、実数 k_i, β_i, α_i は x_i のみの関数とする。また、 ω は角振動数である。なお $k_i = 1, \beta_i = 0$ とおけばFEMの方程式となる。PMLの運動方程式は、

$$-\omega^2 \rho \bar{u}_i = \sum_j \frac{1}{\lambda_j} \frac{\partial \bar{\sigma}_{ij}}{\partial x_j} + \rho g_i \delta(\omega) \quad (3)$$

ここで ρ は密度、 x_j は座標の*j*成分、 \bar{u}_i は変位の*i*方向成分、 $\delta(\omega)$ はディラックのデルタ関数、 g_i は単位質量あたりの物体力である。なお、ここでは静的平衡状態の変位も含んでいるので、物体力項が存在する。 \bar{u}_i は振動数領域における変位を示しており、

$$u_i = \int_{-\infty}^{\infty} \bar{u}_i(t) e^{-i\omega t} dt \quad (4)$$

で示され、 $u_i(t)$ は時間領域の変位の*i*成分である。以降の記号においても記号の上にバーを付す場合は振動数領域での状態量等を示している。

また、ひずみは以下のように書ける。ただしここでは総和規約は用いないものとする。

$$\bar{f}_{ij} = \frac{1}{\lambda_j} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}, \quad \bar{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2} (\bar{f}_{ij} + \bar{f}_{ji}) \quad (5)$$

以降は、速度減衰を考慮する場合における定式化について説明する。なお定式化に関しては文献²⁹⁾に記載しているが、ここでは詳細な説明を追加しているので簡単に説明をする。

ここで、実数 k_i, β_i, α_i は x_i のみの関数とする。PMLの運動方程式は、

$$-\omega^2 \rho \bar{u}_i + i\omega A \rho \bar{u}_i = \sum_j \frac{1}{\lambda_j} \frac{\partial \bar{\sigma}_{ij}}{\partial x_j} + \frac{1}{\lambda_j} BC_{ijkl} \bar{f}_{kl} + \rho g_i \delta(\omega) \quad (6)$$

ここで、 C_{ijkl} は弾性係数テンソル、 A, B はRayleigh減衰の定数であり、また

$$\bar{f}_{ij} = i\omega \frac{1}{\lambda_j} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \quad (7)$$

以下、詳細は既往の文献²³⁾に譲るが、重み関数 w を用いて定式化し、以下の式(8)の近似を行って整理すると式(9)が得られる。なお、 $k_1 = k_2 = 1$ 、 $\beta_1 = \beta_2 = 0$ とすればFEMの方程式となる。

$F(t)$ を任意関数として、

$$e^{-\alpha} * f(t) = \int_0^t e^{-\alpha(t-t')} f(t') dt' = F(t)$$

とおけば、 $F(t + \Delta t)$ は次式のようになる。ただし、ここでは

$$\int_t^{t+\Delta t} f(t') dt' \approx (1-\theta)\Delta t f(t) + \theta\Delta t f(t + \Delta t) \quad (\text{ただし, } 0 \leq \theta \leq 1)$$

という近似を行っている。
これにより、

$$\begin{aligned} F(t + \Delta t) &= \int_t^{t+\Delta t} e^{-\alpha(t+\Delta t-t')} f(t') dt' \\ &\quad + e^{-\alpha\Delta t} \int_0^t e^{-\alpha(t-t')} f(t') dt' \\ &= (1-\theta)\Delta t e^{-\alpha\Delta t} f(t) + \theta\Delta t f(t + \Delta t) \\ &\quad + e^{-\alpha\Delta t} F(t) \\ &= \theta\Delta t f(t + \Delta t) + e^{-\alpha\Delta t} F^*(t) \end{aligned} \quad (8)$$

ここで、 $F^*(t) = F(t) + (1-\theta)\Delta t f(t)$ である。

したがって、

$$F^*(t + \Delta t) = f(t + \Delta t)\Delta t + e^{-\alpha\Delta t} F^*(t)$$

式(8)の近似を用いると、

$$\begin{aligned} &\int_v \rho w_i \{k_1 k_2 \\ &\quad + \theta\Delta t(k_2 \beta_1 + k_1 \beta_2)\} \ddot{u}_i(t + \Delta t) dv \\ &+ \int_v \rho w_i \sum_{j=1}^2 \left\{ \frac{k_+ \beta_j (\alpha_+ - \alpha_j) + \beta_1 \beta_2}{\alpha_+ - \alpha_j} \right. \\ &\quad \left. \times e^{-\alpha_j \Delta t} U_{ij}^*(t) \right\} dv \\ &+ A \int_v \rho w_i \{k_1 k_2 \\ &\quad + \theta\Delta t(k_2 \beta_1 + k_1 \beta_2)\} \ddot{u}_i(t + \Delta t) dv \\ &+ A \int_v \rho w_i \sum_{j=1}^2 \left\{ \frac{k_+ \beta_j (\alpha_+ - \alpha_j) + \beta_1 \beta_2}{\alpha_+ - \alpha_j} \right. \\ &\quad \left. \times e^{-\alpha_j \Delta t} \bar{U}_{ij}^*(t) \right\} dv \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \int_s w_i \{k_+ \sigma_{ij} + \beta_+ e^{-\alpha_+ t} * \sigma_{ij} \\ &\quad + B k_+ C_{ijkl} \dot{f}_{kl} + B \beta_+ e^{-\alpha_+ t} * (C_{ijkl} \dot{f})\} ds \\ &+ \int_v \rho w_i \{k_1 k_2 + \theta\Delta t(k_2 \beta_1 + k_1 \beta_2)\} g_i dv \\ &+ \int_v \rho w_i \sum_{j=1}^2 \left\{ \frac{k_+ \beta_j (\alpha_+ - \alpha_j) + \beta_1 \beta_2}{\alpha_+ - \alpha_j} e^{-\alpha_j \Delta t} G_{ij}^*(t) \right\} dv \\ &- \int_v \frac{\partial w_i}{\partial x_j} \left\{ (k_+ + \theta\Delta t \beta_+) \sigma_{ij}(t + \Delta t) + \beta_+ e^{-\alpha_+ \Delta t} \Sigma_{ij}^*(t) \right\} dv \\ &- B \int_v \frac{\partial w_i}{\partial x_j} \left\{ \frac{DI}{g'_j g'_i} C_{ijkl} \frac{\partial \dot{u}_k}{\partial x_l} - \frac{DI \beta_l e^{-\alpha_l t}}{g'_j g'_i} C_{ijkl} \tilde{F}_{kl}(t) \right. \\ &\quad \left. + \sigma_+ e^{-\alpha_+ \Delta t} \tilde{\Sigma}_{ij}(t) \right\} dv \end{aligned}$$

$$\tilde{U}_{ij}^*(t) = \int_0^t e^{-\alpha_j(t-t')} \dot{u}_i(t') dt' + \Delta t(1-\theta) \dot{u}_i(t)$$

$$\tilde{F}_{kl}(t) = \int_0^t e^{-\alpha_j(t-t')} \dot{f}_{kl}(t') dt' + \Delta t(1-\theta) \dot{f}_{kl}(t)$$

$$\tilde{\Sigma}_{kl}(t) = \int_0^t e^{-\alpha_j(t-t')} \tilde{\sigma}_{kl}(t') dt' + \Delta t(1-\theta) \tilde{\Sigma}_{kl}(t)$$

$$\tilde{\sigma}_{ij} = C_{ijkl} \dot{f}_{kl}$$

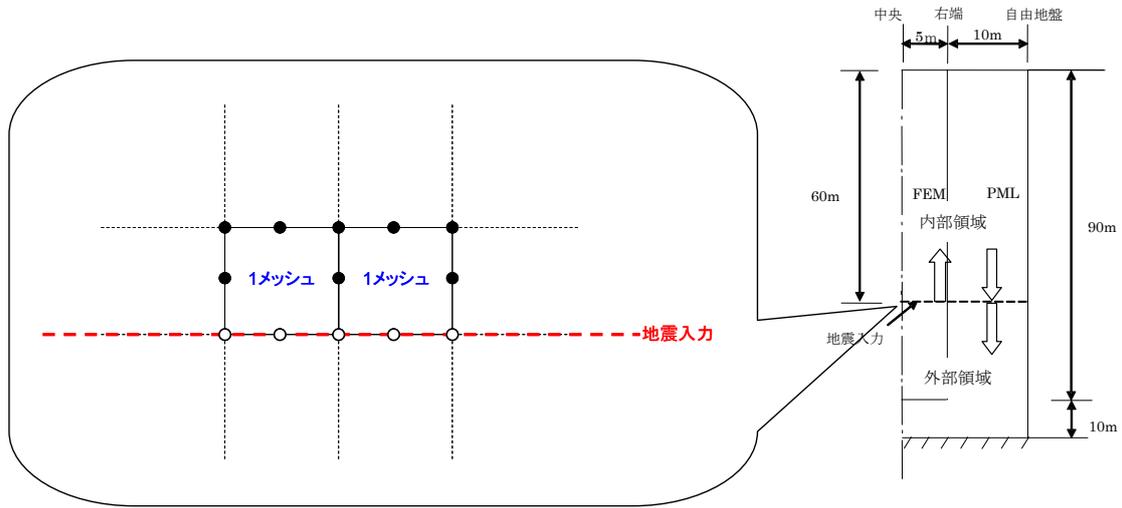
(9)

ここで、 \int_v は対称領域に対する積分、 \int_s はその表面に対する積分であることを示す。

2.2 地震入力の定式化

入射波の進行方向に $\lambda_i = 1$ が成立する領域を考え、その領域の内部1メッシュ分と、外部は線形で、重ねあわせの原理が適用できるものとする。領域内部は入射波と外部へ向かう逸散波双方を考慮するが、外部では逸散波のみを考慮するものとする。内部1メッシュでは、境界上の節点では逸散波のみ、内部の節点では入射波と逸散波が考慮されている。それらの節点における入射波は既知とする。節点力の計算には境界部のすべての節点の変位が必要である。図-1に全体の解析モデルと、境界部にあたるメッシュを拡大した概念図を示す。なお、メッシュは二次要素を考えているので、1メッシュ当り8節点となる。

内部の節点(図-1の黒丸部)に対する節点力の計算にあたっては、境界上の節点変位に入射波を加えた変位を用いる。また、境界上の節点(図-1の白丸部)に対する節点力の計算にあたっては、内部の節点の変位から入射波を差し引いた変位を用いなければならない。PML領域では進行方向のみに $\lambda_i = 1$ となる(たとえば x_2 方向とすれば、 $\lambda_2 = 1$ 、 $\lambda_1 \neq 1$)。このとき、内部節点における入力波に対応したメッシュ内の変位成分を $e u_i$ とする。またその変位によ



り発生する応力とその積分値を ${}^e\sigma_{ij}^n, {}^e\Sigma_{ij}^n$ とするとき、 ${}^e u_i$ に対応した節点 α の節点力 F_i^α は、式(9)より次のように表すことができる。

$$\begin{aligned}
 F_i^\alpha = & -\int_V \rho N^\alpha \{k_1 k_2 + \theta \Delta t (k_2 \beta_1 + k_1 \beta_2)\} \\
 & \times ({}^e \ddot{u}_i(t + \Delta t) + A {}^e \dot{u}_i(t + \Delta t)) dv \\
 & - \int_V \frac{\partial N^\alpha}{\partial x_j} \frac{DI \cdot C_{ijkl}}{g'_j g'_l} \left\{ \frac{\partial {}^e u_k}{\partial x_l} (t + \Delta t) \right. \\
 & \quad \left. + B \frac{\partial {}^e \dot{u}_k}{\partial x_l} (t + \Delta t) \right\} dv \\
 & - \int_V \rho N^\alpha \sum_{j=1}^2 \left\{ \frac{k_+ \beta_j (\alpha_+ - \alpha_j) + \beta_1 \beta_2}{\alpha_+ - \alpha_j} \right. \\
 & \quad \left. \times e^{-\alpha_j \Delta t} (U_{ij}^*(t) + A \tilde{U}_{ij}^*(t)) \right\} dv \\
 & - \int_V \frac{\partial N^\alpha}{\partial x_j} \beta_+ e^{-\alpha_+ \Delta t} ({}^e \Sigma_{ij}^*(t) + B {}^e \tilde{\Sigma}_{ij}^*(t)) dv \\
 & + \int_V \frac{\partial N^\alpha}{\partial x_j} \frac{DI}{g'_j g'_l} C_{ijkl} e^{-\alpha_l \Delta t} \beta_l ({}^e F_{kl}^* + B {}^e F_{kl}) dv
 \end{aligned} \tag{10}$$

ただし、 N^α は節点 α の内挿関数である。この節点力を内部節点に対しては加え（その際の ${}^e u_i, {}^e F_{ij}^n, {}^e \Sigma_{ij}^n, U_{ij}^*$ は境界上の節点の入射波に対するもの）、境界上の節点に対しては差し引けばよい（その際の ${}^e u_i, {}^e \beta_{ij}^n, {}^e \Sigma_{ij}^n$ は内部節点の入射波に対するもの）。

3. 地震波による解析検討

3.1 解析モデルと解析条件

ここでは橋脚をモデルとし、地盤-構造物系の非線形応答におけるConvolutional PMLの有効性を示す。解析モデルおよび橋梁全体系のイメージ図を図-2に示す。杭長が23.7mの杭基礎橋脚の直角方向を解析対象とする。なお、今回は簡単のため、支承のモデル化を省略している。図-3に地盤-構造物系のモデルを示す。橋脚に関しては上部工と橋脚部にそれぞれ集中質量を持たせた2質点モデルとした。上部工の質量は73.9t、橋脚は15.15tである。

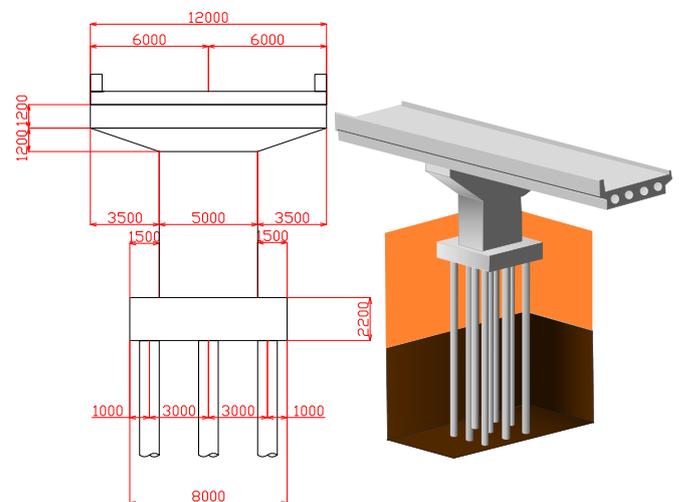


図-2 橋脚モデルと橋梁全体系イメージ

表-1 橋脚の構造諸元

	断面2次モーメント(m ⁴)	断面積(m ²)	密度(kg/m ³)	ヤング係数(N/m ²)
上部工	37.3	3.12	2300	2.00E+10
橋脚	2.70	1.294	2300	2.00E+10
杭	0.0359	0.399	2300	2.00E+10

	Vs(m/s)	N値	せん断弾性係数G(kN/m ²)	粘着力c(kPa)	内部摩擦角φ(°)	ダイラタンシー角ψ(°)
地盤 GL=0.00(m)~3.70(m)	140	5	27115	875	0	0
地盤 GL=3.70(m)~6.90(m)	210	18	54230	1310	0	0
地盤 GL=6.90(m)~14.90(m)	350	30	543660	0	36.2	36.2
地盤 GL=14.90(m)~46.90(m)	490	50	1087320	0	42.4	42.4

その他の橋脚に関する諸元は、表-1 に示す。地盤モデルは図-3 にあるように 4 層のモデルとしている。モデルは八節点四辺形要素を用い、鉛直方向は図-3 の右にあるようなメッシュ数で分割している。水平方向に関しては、側方 PML 部は DELIP=2000 とあるように 1 メッシュ 2m, FEM 部は外側が DELIS=2000 となるように 1 メッシュ 2m, 中央部のフーチング幅の範囲においては DELIB=1000 とあるように 1 メッシュ 1m としている。その物性値を表-2 に示す。また、今回は Mohr-Coulomb の降伏規準, Drucker-Prager の塑性ポテンシャルを適用する。

今回は, Convolutional PML と粘性ダンパーに切り欠き力を考慮したモデルとの比較を行う。入力波形は、図-3 に示すように深度 46.8m の位置から上方向に入射させる。なお、入力地震動を図-4 に示す。兵庫県南部地震において JR 鷹取駅構内地盤上で記録されたものの NS 成分 (Type II-II-1) である。これを線形加速度法により積分し、得られた速度波形および変位波形を使用する。なお減衰として, Rayleigh 減衰 (A=0, B=0.01) を考慮する。他の解析条件として, Newmark β 法 ($\beta=0.25, \gamma=0.5$) の直接積分を行い、時間間隔 $\Delta t=0.05$ (s), 近似式の $\theta=0.5$ とする。

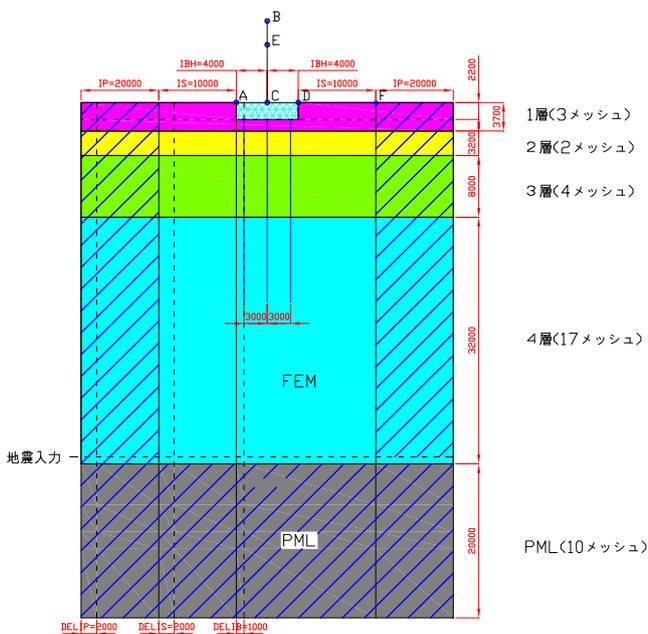


図-3 地盤一構造物系モデル (斜線部が PML)

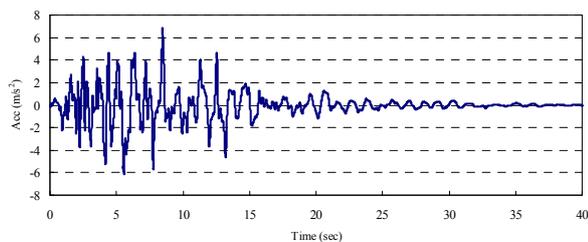


図-4 入力地震動 (JR 鷹取駅構内地盤上 NS 波)

なお、粘性ダンパーとは地盤解析において一般に用いられている粘性境界を意味しているが、切り欠き力に関しては以下で説明する。詳細は文献²³⁾を参考にされたい。

市販の解析コード (例えば TDAP III³⁰⁾) には側方粘性境界を設定した際に切り欠き力が考慮されるようになっており、これによって解析精度が向上する。切り欠き力について、時間領域では

$$\int_V \rho w_i \ddot{u} dv + A \int_V \rho w_i \dot{u} dv + B \int_V \frac{\partial w_i}{\partial x_j} C_{ijkl} \frac{\partial \dot{u}_k}{\partial x_l} dv + \int_V \frac{\partial w_i}{\partial x_j} C_{ijkl} \frac{\partial u_{ik}}{\partial x_l} dv = \int_S w_i n_j C_{ijkl} \frac{\partial u_{lk}}{\partial x_l} ds + B \int_S w_i n_j C_{ijkl} \frac{\partial \dot{u}_k}{\partial x_l} ds \quad (11)$$

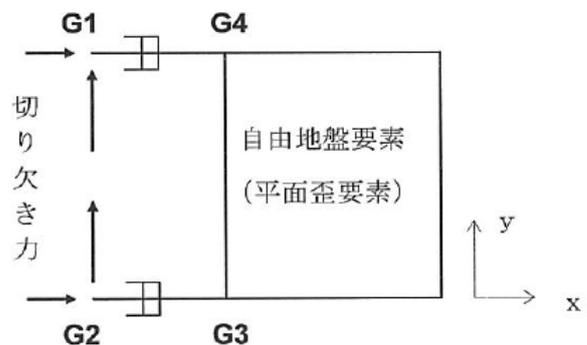


図-5 切り欠き力概念図³⁰⁾

形状関数を用いて離散化すれば、左辺はそれぞれ要素質量, 減衰, 剛性マトリックスと節点の加速度, 速度, 変位ベクトルの積で表わされ、右辺が外部に作用する力ベクトルとなる。図-5 に概念図を示す。自由地盤との境界が鉛直 (図の y 方向) とすれば、自由地盤からの力 (切り欠き力) は鉛直面に作用する力のみを考えればよく、自由地盤内では水平方向に変位が同一であるので、変位の x に関する微分は 0 となるので、自由地盤の鉛直方向変位分布等から求められる。減衰のない場合は変位のみから求められるが、減衰がある場合 (剛性比例項) 速度にも関連する。自由地盤の剛性や質量を大きくとれば、自由地盤から及ぼす力の反作用が自由地盤に与える効果が十分無視できるので、図の点線の様に自由地盤と FEM 領域を結合する要素を考え、自由地盤側から FEM に加える力を自由地盤の変位等から正しく与える係数マトリックスを求めて、FEM 側から自由地盤に与える力を表現する係数マトリックスはその転置と考える事により、結合要素の対称化されたマトリックスが得られる。

3.2 入力加速度レベルによる検討結果

ここでは、入力加速度を最大値 200gal とした場合と、500gal とした場合における橋脚天端（図中の B）と FEM および Convolutional PML（もしくは粘性ダンパー）との境界（図中の F）における応答がどのように異なるかを検証する。

解析結果を図-6～図-9に示す。図の横軸は時間（単位：sec）、縦軸は応答加速度（単位：m/s²）を示している。なお、今回、構造物に関しては、弾性体でモデル化しているため、橋脚天端での応答加速度が全体的に大きく出ている。

図より、200gal 入力の際は、PML においても粘性ダンパー+切り欠き力においても橋脚天端の応答にそれほど差はないが、500gal を入力した場合には、粘性境界と切り欠き力を考慮したモデルでは適切な境界条件を与えずに近傍地盤で大きな乱れが生じている。このことより、今回のような地盤領域の狭いモデルにおいて、Convolutional PML が安定した解を与えられることが示された。

粘性境界では、切り欠き力を考慮すれば、入力レベルが小さい、あるいは線形挙動時には精度のよい結果が得られるものの、入力レベルが大きく、地盤が非線形を示す場合には精度が悪くなることを示された。その理由として、境界面での反射の影響や、切り欠き力が弾性時の地盤特性でのみ考慮されることによるものと推察される。

また、Convolutional PML を用いたモデルに対しても地震波入力が可能であることも明らかとなった。

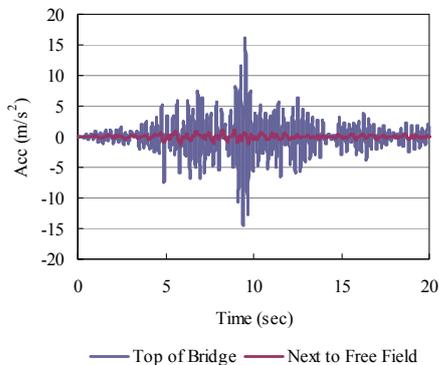


図-6 200Gal 入力時の応答時刻歴（粘性+切欠力）

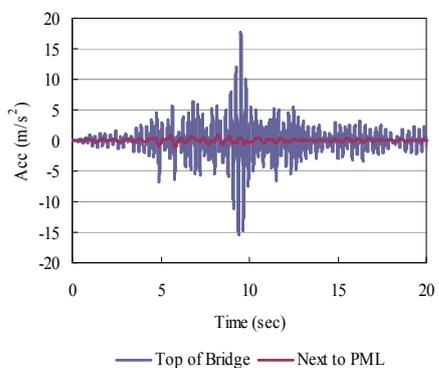


図-7 200Gal 入力時の応答時刻歴（CPML）

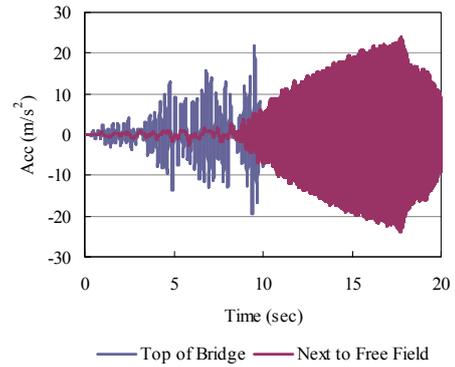


図-8 500Gal 入力時の応答時刻歴（粘性+切欠力）

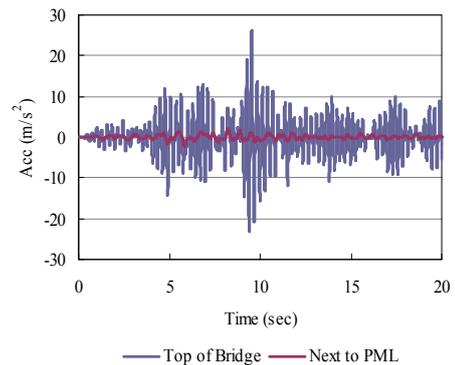


図-9 500Gal 入力時の応答時刻歴（CPML）

4. PML のパラメータ設定が解析結果の精度に及ぼす影響

ここでは、PMLを用いる上で必要となるパラメータに関して検討する。2章において、PMLの運動方程式を、式(2)および式(3)で定義した。ここでの k_i, β_i, α_i が、今回検討するパラメータとなる。これまでの研究より、 $\alpha_{\max} = 10, k_{\max} = 10, \beta_{\max} = 300$ と設定した場合（単位は α : (1/s), k および β : (dimensionless)) は、比較的安定した解が得られた。

そこで、 $\alpha_{\max} = 10, k_{\max} = 10, \beta_{\max} = 300$ を基本ケースとして、これらのパラメータを変化させたときに解析結果にどのような影響を及ぼすのかを検討した。検討したケースを表-3に示す。

表-3 パラメータの検討ケース

ケース名	α	k	β
基本	10	10	300
Case1	1	10	300
Case2	100	10	300
Case3	10	1	300
Case4	10	100	300
Case5	10	10	30
Case6	10	10	3000

また、今回検討する解析モデルを図-10に示す。

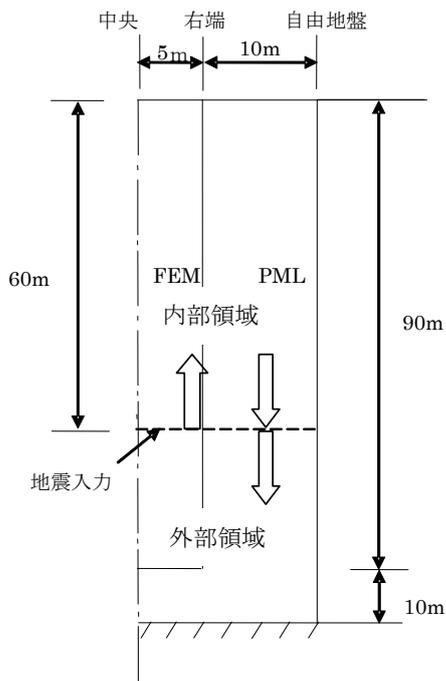


図-10 解析モデル

図のように解析対象領域 (FEM) の底面および側方に PML 層を設けている。地盤の密度とラメ定数は、それぞれ、 $\rho = 1.37t/m^3$ 、 $\mu = 28468kN/m^2$ 、 $\lambda = 5423kN/m^2$ とした。地震入力と記載した位置から地震動を入力する。

なお、ここでの入力地震動として、道路橋示方書に記載されている神戸海洋気象台地盤上の NS 成分 (Type II-I-1) を使用する。入力地震動を図-11 に示す。

また、既往の研究²⁹⁾でも同様の検討を行っているが、検討項目を増やしたため、今回改めて検討する。

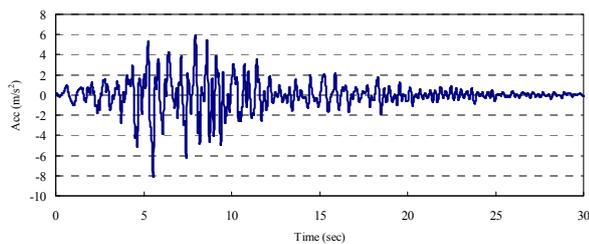


図-11 入力地震動 (神戸海洋気象台地盤上 NS 成分)

解析結果を図-12~図-16に示す。これらは全てFEM部の地表面中央での応答変位時刻歴である。これらの結果より、Case1,3,4に関しては、加振開始から30秒以降はそれぞれの応答が基本ケースとの相違を示している点においては精度が良くないが、加振中の応答は基本ケースと概ね一致している。Case2に関しては、加振開始15秒以降に基本ケースとの違いが生じているものの、その差は最大で発生変位量の7%程度である。 α を大きくした際の応答の差異の要

因としては、定式化における近似を用いる際 (式(8)参照) に、 α が大きいと近似する上で誤差がより大きく発生するためと考えられる。またCase5に関しては、加振開始5秒後から明らかに基本ケースとの応答の違いが現れている。また、今回掲載していないCase6に関しては、計算が発散し応答が得られなかった。以上のことから、PMLのパラメータでは β が解析精度に最も影響を与えていることが推察される。

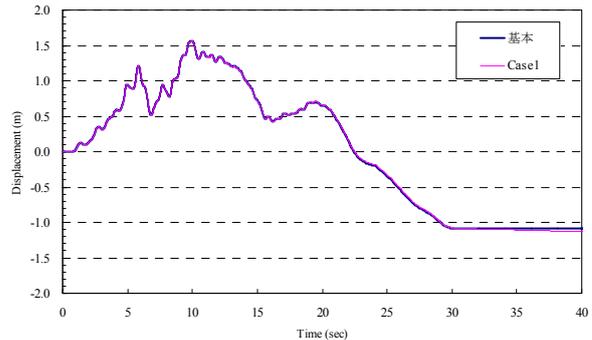


図-12 基本ケースと Case1 の比較 (α による影響検討)

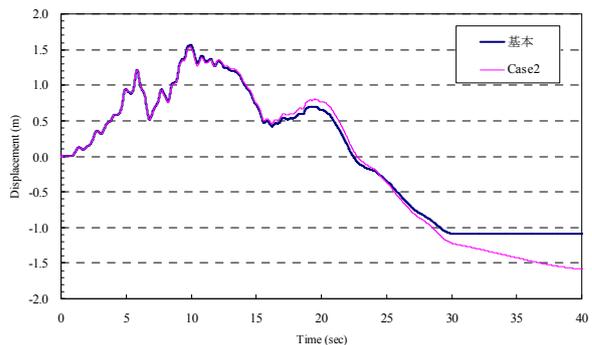


図-13 基本ケースと Case2 の比較 (α による影響検討)

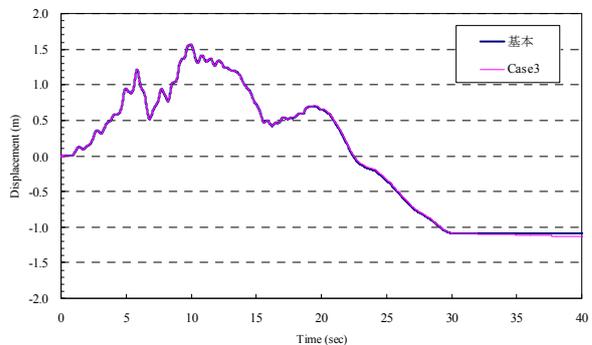


図-14 基本ケースと Case3 の比較 (k による影響検討)

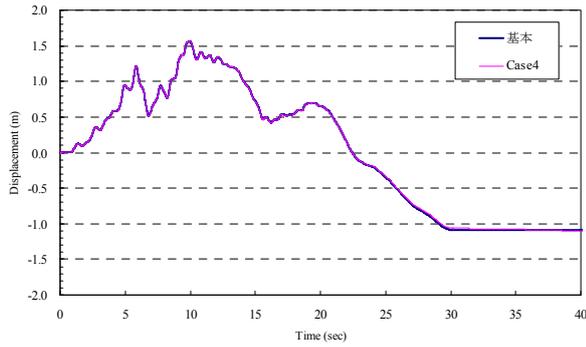


図-15 基本ケースと Case4 の比較
(k による影響検討)

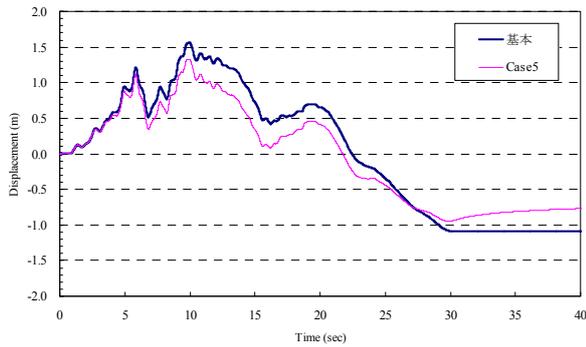


図-16 基本ケースと Case5 の比較
(β による影響検討)

パラメータ設定の際には、 β が解析結果に影響を及ぼさないような値を検討した上で設定する必要がある。

5. 表面波が解析結果の精度に及ぼす影響

ここでは表面波が解析結果に及ぼす影響について検討する。表面波に関して、粘性ダンパーを用いた場合には、底面および側方での吸収性能が悪く精度が低下すると考えられている。これは波の進行方向が底面と並行に進行すること、粘性ダンパーの特性は実体波速度をもとに決められているが、その進行速度が実体波と異なる波が発生していることが挙げられる。そこで計算例を示すことで応答精度の検証を行う。

まず、今回表面波として検討しているものが、実体波ではなく表面波であることを示す。

図-17に解析モデルを示す。密度 2000kg/m^3 、ラメ定数 $G=600\text{MPa}$ 、 $\lambda=300\text{MPa}$ で、モデルは深さ 400m で片幅が 3000m (対称形より半分) である。PMLの場合には下部の 100m と端部の 100m がPML領域で、粘性ダンパーを用いる場合には、その外部にダンパーと切り欠き力を加えている。PML領域であった場所はFEM領域となる。今回は地盤モデルのモデル化領域による検討を行うため、これをLargeモデルとし、FEM領域の鉛直方向長さを約 $3/4$ 程度と狭く

したものをSmallモデルとする。この地盤表面に大きさ1の鉛直のRicker wavelet (卓越周期1秒) の外力を加えた。外力は、 $\frac{100}{2\pi\sqrt{\pi}}e^{-(\pi t)^2}$ とした。

図-18には、入力地点より 2000m の地点の、深度方向にそれぞれ、 0m 、 100m 、 200m 、 300m における鉛直加速度を示したものである。実体波であれば、深度方向に現れる波形の発生時刻は異なるはずであるが、この図より同時刻に鉛直加速度が現れていることが明らかである。また、図-19には入力地点よりそれぞれ 1000m 、 2000m 水平に進んだ地点における表面の水平および鉛直の時刻歴波形である。この図より、それぞれの地点における水平および鉛直波形がほぼ同時に発生していること、また水平に進むに従って振幅が減少するが、その減少量が $1/\sqrt{r}$ (r : 入力地点からの水平距離) よりも少ないことから、実体波ではなく表面波であると言える。以上のことから、今回の検討波形が表面波であることが示された。

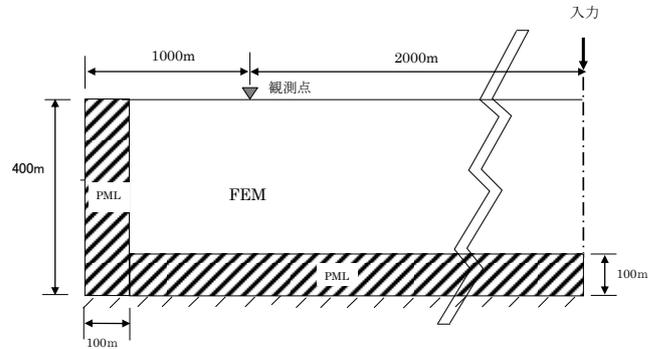


図-17 解析モデル

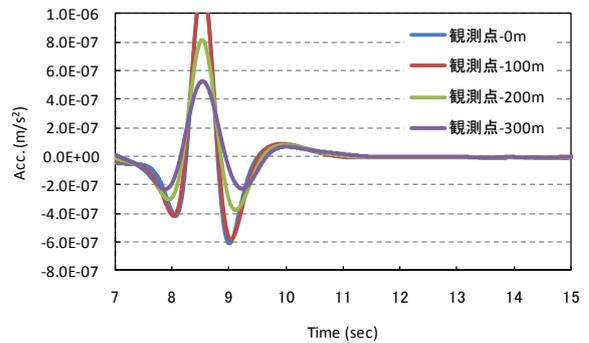


図-18 深度方向における鉛直加速度の比較

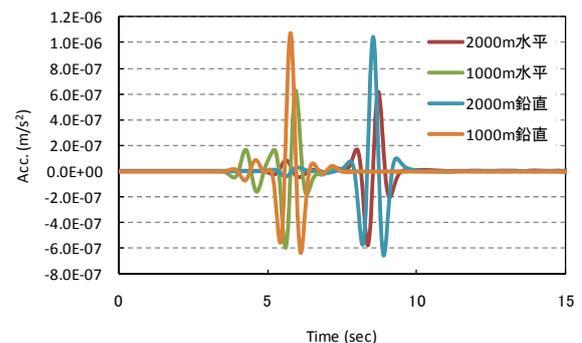


図-19 水平および鉛直加速度による比較

このことは位相速度に着目しても示される。文献³¹⁾より、1000m地点から2000m地点への位相速度が361(m/s)とRayleigh波の位相速度と一致し、一方、S波の速度は387(m/s)となる。このことから表面波であることを検証できる。

次にこの表面波に対する境界条件の影響を検討する。比較対象とする境界条件は、粘性境界に切り欠き力を考慮したモデル、PMLを設定したモデル、Convolutional PMLを設定したモデルの以上3ケースにより検討を行う。

図-20～図-22 に鉛直方向の応答加速度時刻歴を示す。これは入力地点から 2000m の地点の表面の鉛直加速度である。なお、結果には応答の精度を評価する必要があるため、解析領域を相当大きくとり Convolutional PML を用いたモデル (REFERENCE モデルとする) を正解とし、結果を重ねて表示する。

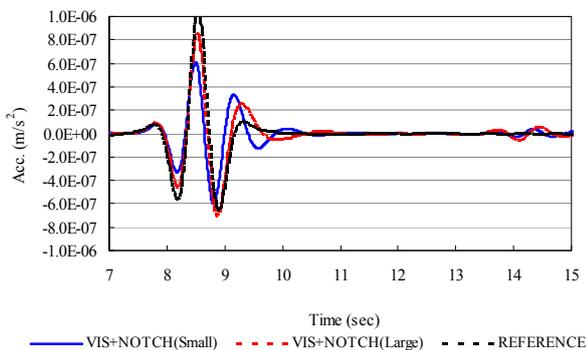


図-20 応答加速度時刻歴 (粘性+切り欠き力)

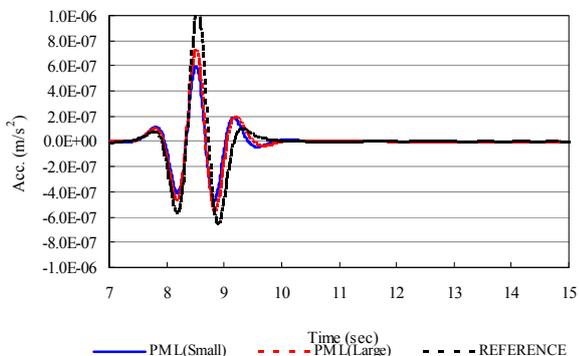


図-21 応答加速度時刻歴 (PML)

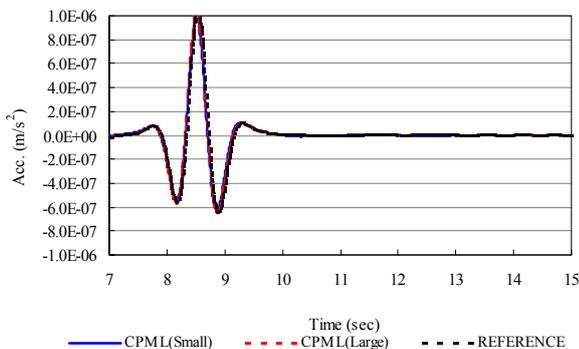


図-22 応答加速度時刻歴 (Convolutional PML)

結果から Convolutional PML がモデル化領域の影響を受けずに精度の良い結果が得られていると推察される。また、REFERENCE モデルの応答とも概ね一致している。PML を設定したモデルや粘性境界に切り欠き力を考慮したモデルは、Convolutional PML に比べ、精度の悪い結果となった。

以上のことより、表面波に関する解析においても、Convolutional PML を使用することで、解析精度が向上することが明らかとなった。

6. まとめ

本研究では、地震応答解析に使われる FEM の変数非分離型の陰的解法に整合する Convolutional PML に関して、その有用性向上のために、まず地盤-構造物系の解析モデルに対する地震波入力においても Convolutional PML が適用可能で、かつ精度の良いことを示した。次に、PML のパラメータ設定が解析精度に与える影響を検討し、最適な PML のパラメータを探索した。

さらに、地盤の境界条件設定で課題であった表面波解析における Convolutional PML の有効性についても検討した。これまで表面波解析において有効な境界条件は示されていないが、このような解析に関しても Convolutional PML を用いることで解析精度の向上が図れることを、計算例を用いて示した。

以上より得られた知見を以下に示す。

- Convolutional PML を適用して地盤-構造物系のモデルに対しての地震動入力でも安定した解が得られることが示された。
- PML のパラメータの設定が解析結果に影響を及ぼすことを示し、パラメータ設定の留意点を示した。
- 境界条件が表面波の解析結果に及ぼす影響を検討し、Convolutional PML モデルがモデル化領域の影響を受けず、精度の良い結果となることが示された。

なお、本論文は 2 次元での定式化や 2 次元における計算例を示しているが、3 次元への拡張は容易に行えるものである。

謝辞

本研究において、五洋建設㈱の新屋かずみ氏に図面作成のご協力を頂いた。ここに記して謝意を表する。

参考文献

- 1) (社)日本道路協会：道路橋示方書・同解説 V 耐震設計編，2002.3
- 2) (社)日本港湾協会：港湾の施設の技術上の基準・同解説，2007.

- 3) (公益社団)土木学会：土木学会東日本大震災特別委員会総合調査団 調査速報会報告, 2011.4
- 4) 宇野州彦, 塩尻弘雄, 川口和広, 仲村成貴, 中原知洋, 大島貴充：解析手法や境界条件等の違いが地盤－基礎－上部構造物からなる系の動的挙動に与える影響評価, 第29回地震工学研究発表会講演論文集, pp.1151-1158, 2007.6
- 5) 小倉裕介, 岡田太賀雄, 西田秀明, 運上茂樹：相互作用を考慮した基礎地盤バネの減衰定数に関する考察, 第28回地震工学研究発表会講演論文集, pp.1-7, 2005.2
- 6) 土岐憲三, 清野純史, 小野祐輔, 古川愛子：杭基礎地盤系における非弾性挙動を考慮した相互作用ばねのモデル化について, 土木学会論文集, No.710/I-60, pp.235-245, 2002.7
- 7) 齋藤正人, 池亀真樹, 棚村史郎, 渡邊啓行：複合する非線形条件下における大型基礎の周波数応答特性に関する実験的研究, 土木学会論文集, No.759/I-67, pp.131-142, 2004.4
- 8) 木村至伸, 河野健二：非線形性を有する地盤－構造物系の地震応答解析に関する基礎的研究, 構造工学論文集, Vol.47A, pp.599-606, 2001.3
- 9) 原田隆典, 山下典彦, 坂梨和彦：地盤との動的相互作用を考慮した道路橋脚の周期と減衰定数に関する理論的研究, 土木学会論文集, No.489/I-27, pp.227-234, 1994.4
- 10) Kunihiko UNO, Hiroo SHIOJIRI, Kazuhiro KAWAGUCHI and Masataka NAKAMURA : Analytical Method, Modeling and Boundary Condition for the Response Analysis with Nonlinear Soil-Structure Interaction, The 14th World Conference on Earthquake Engineering, No.14-0156, 2008.10
- 11) J. P. Berenger : A Perfectly Matched Layer for the Absorption of Electromagnetic Waves, *Journal of Computational Physics*, **114**, pp.185-200, 1994.
- 12) 宇野亨：FDTD 法による電磁界およびアンテナ解析, コロナ社, 1998.
- 13) Festa, G. and Nielsen, S. : "PML absorbing Boundaries", *Bulletin of Seismological Society of America*, Vol.93, No.2, pp.891-903, 2003
- 14) Basu U, Chopra A. K. : "Perfectly matched layers for time harmonic elastodynamics of unbounded domains.", *Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.192, pp.1337-1375, 2003.
- 15) Basu U, Chopra A. K. : "Perfectly matched layers for transient elastodynamics of unbounded domains.", *International Journal for Numerical methods in Engineering* 2004; Vol59, No8, pp.1039-1074, 2004.
- 16) Basu, U. : Perfectly Matched Layers for Acoustic and Elastic Waves : Theory, Finite-Element Implementation and Application to Earthquake Analysis of Dam-Water Foundation Rock System, *A dissertation*, University of California, Berkeley, 2004.
- 17) J. Alan Roden, Stephen D. Gedney : Convolutional PML (CPML): An Efficient FDTD Implementation of the CFS-PML for Arbitrary Media, *Microwave and Optical Technology Letters*, Vol.27, pp.334-339, June 2000.
- 18) Drossaert, F.H. and Giannopoulos, A. : Complex frequency shifted convolution PML for FDTD modeling of elastic waves, *Wave Motion*, Vol.44, pp.593-604, 2007.
- 19) 藤井大地, 植月徳仁, 鈴木克幸, 大坪英臣：ボクセル有限要素法とPML境界を用いた超音波波動伝播解析, *Transactions of JSCEs*, No.20010015, p.8, 2001.
- 20) 宇野州彦, 塩尻弘雄：有限要素法を用いた地震応答解析における地盤境界条件へのPMLの適用, 応用力学論文集, Vol.12, pp.631-641, 2009.8
- 21) 宇野州彦, 塩尻弘雄：地盤の境界条件や解析手法が非線形動的相互作用を考慮した構造物の地震時挙動に与える影響, 地震工学論文集, Vol.30, pp.222-235, 2009.12
- 22) Hiroo SHIOJIRI, Laheman PERHAT, Zu-han LI : Convolutional-PML for Non-linear Analysis of Soil-Structure Interaction, Proceedings of the 8th ICCAE-8 Conference, Military Technical College Kobry El-Kobbah, Cairo, Egypt, 8th International Conference on Civil and Architecture Engineering ICCAE-8-2010, 25-27 May, 2010
- 23) 宇野州彦, 塩尻弘雄：速度減衰機構を考慮したConvolutional PMLの非線形FEM解析への適用, 応用力学論文集, Vol.13, pp.1079-1089, 2010.8
- 24) 井合進, 倉田栄一, 土田肇：強震記録のデジタル化と補正, 港湾技研資料, No.286, 1978.3
- 25) 大崎順彦：「新・地震動のスペクトル解析入門」, 鹿島出版会
- 26) M.D. Trifunac : Low frequency digitization errors and a new method for zero baseline correction of strong-motion accelerograms, A Report on Research Conducted Under a Grant From the National Science Foundation, Report No. EERL 70-07, 1970.
- 27) 宇野州彦, 塩尻弘雄：PMLを適用したFEM地盤モデルの動的挙動に与える入力地震動の影響評価, 土木学会第65回年次学術講演会, I-356, pp.711-712, 2010.9
- 28) 宇野州彦, 塩尻弘雄：Convolutional PMLを適用した地盤－構造物系の地震時挙動に与える入力地震動の影響評価, 第13回日本地震工学シンポジウム, pp.2438-2445, 2010.
- 29) 宇野州彦, 塩尻弘雄, 李京奉：PMLを用いたFEM地盤モデルの動的挙動特性－地震動入力による応答と表面波に対する影響評価－, 土木学会論文集A1(構造・地震工学) [特]地震工学論文集, Vol.66, No.1, pp.95-104, 2010.
- 30) TDAPIII バッチ版 使用手引書 ver.3.02, (株)アーケ情報システム, 2010.4
- 31) Walter L. PILANT : ELASTIC WAVES IN THE EARTH, ELSEVIER SCIENTIFIC PUBLISHING COMPANY, p.99, 1979.

(2011年3月8日 受付)