

PMLを用いたFEM地盤モデルの動的挙動特性 —地震動入力による応答と表面波に対する影響評価—

宇野 州彦¹・塩尻 弘雄²・李 京奉³

¹修(工) 五洋建設(株) 技術研究所 (〒329-2746 栃木県那須塩原市四区町1534-1)
(九州大学大学院 工学府建設システム工学専攻 博士後期課程)

E-mail:Kunihiko.Uno@mail.penta-ocean.co.jp

²工博 日本大学教授 理工学部土木工学科 (〒101-8308 東京都千代田区神田駿河台1-8)

E-mail:shiojiri@civil.cst.nihon-u.ac.jp

³日本大学大学院 理工学研究科土木工学専攻 博士前期課程 (同上)

これまでのPMLにおいては、地震動のような不規則波を入力する例を示していなかった。理由として、PMLを用いた場合には、入力地震動として加速度のみを規定すればよいのではなく、速度時刻歴と変位時刻歴も必要となってくる。波形の積分においては、以前より誤差の問題が議論されており、様々な積分法が提案されている。そこで本検討では、提案されている数種類の積分法によって得られた速度および変位波形が、対象モデルにどのような影響を及ぼすのかを確認し、地震動を入力した場合においても有効であることを示し、PMLの有用性を向上させる。またさらに、PMLパラメータや入力方法、表面波の影響を検討し、PMLおよびConvolutional PMLの有効性を示した。

Key Words : Integral approach, boundary condition, Perfectly Matched Layer, surface wave

1. はじめに

近年、耐震設計法においては、「道路橋示方書・同解説」¹⁾や「港湾の施設の技術上の基準・同解説」²⁾等に見られるように、構造物ごとの目標性能を設定し、これを満足するように設計する性能設計法へと移行しつつある。また近い将来、東海地震、南海地震、東南海地震、南関東地震や、首都圏直下型地震等も発生が懸念されており、性能設計法への期待と、耐震設計レベルのさらなる高度化が要求されている。

構造物の耐震設計においては、動的解析が主流となっており、また解析においても、地盤条件等を適切に考慮した上で構造物の応答を評価しなければならない^{例えば 3)-8)}。近年では、コンピュータ技術の発展と、先に述べた性能設計法に伴う変形解析のニーズの高まりから、地盤-構造物系の動的解析を行う機会が増えている。しかしながら、このようなFEM解析は、側方・底面境界で発生する反射波の影響により応答の精度が低下することを防ぐため、地盤のモデル化に大規模な領域が必要であり、結果として多量の計算量を必要とする。これはコンピュータ能力の向上により、一部は対応可能な面もあるが、ソフトウェアの面でも計算量低減のアルゴリズム

の開発を行う必要がある。

近年、周波数領域での解析のみならず、時間領域での解析においても、高い性能で反射波を吸収するPML(Perfectly Matched Layer)⁹⁾⁻¹⁸⁾境界が提案されている。PMLは人工的に設定した層であり、インピーダンスを解析対象領域と等しく、かつ内部の波動を減衰させる働きを持たせる。また、PMLの特徴として、定式化にあたって地盤構造を仮定しないことから、盆地構造などの任意の不整形地盤も扱うことができる。

PMLを用いた数値解法では、FDTD法等の差分法での適用は進んでいる¹⁰⁾⁻¹²⁾。しかし構造物の耐震解析等は、有限要素法を使って行われるのが大部分であり、有限要素法に適用できるものが好ましい。Basuら¹³⁾⁻¹⁵⁾は、変数非分離型の陰解法での有限要素法への適用も行っている。ただし、Basuらの定式化では、周波数領域解析では係数マトリックスは対称となるが¹³⁾、時間領域解析では非対称となる^{14),15)}。通常の有限要素法の解析コードは、係数マトリックスが対称であることを利用して解いているものが多く、広く用いられるためには対称であることが望まれる。また、通常のPMLの座標変換係数を変えることにより、精度の向上と非線形問題までへの適用の可能性拡大も考えられるとし、それを効率

的な解法を用いて解こうとする Convolutional PML¹⁶⁾についても、FEM に適合した定式化と、係数マトリックスの対称化が望まれる。

著者らは、これまで固体の有限要素法に適合する対称な係数の PML の定式化、および PML を有する数値モデルに対する地震波入力方式の定式化を行い、具体例を挙げて地盤領域のモデル化範囲が小さくても精度のよい応答結果となることを示した^{9),19)-21)}。さらに、Convolutional PML について、有限要素法と整合し、かつ係数マトリックスが対称な定式化を行い、対象とする要素が非線形を示した際にも、精度よく適用可能であることを一次元の簡単な計算例を用いて示した。さらに、文献²²⁾において、速度比例型の減衰を考慮できるよう改良し、その定式化を示した。

しかしながら、これまでの計算例として Ricker wavelet を用いた例しかなく、地震動のような不規則波を入力する例を示していなかった。理由として、PML 層を用いた場合には、入力地震動として加速度のみを規定すればよいのではなく、速度時刻歴と変位時刻歴も必要となってくる。一般に用いる設計用の地震動の場合、基本的には加速度波形しか与えられておらず、速度や変位の波形が必要であれば、加速度を積分すること等によって確保しなければならない。しかしながら波形の積分においては、以前より誤差の問題が議論されており、様々な積分法が提案されている²³⁾⁻²⁵⁾。そこで本検討では、提案されている数種類の積分法によって得られた速度および変位波形が、対象モデルにどのような影響を及ぼすのかを確認し、地震動を入力した場合においても有効であることを示し、PML の有用性を向上させる。またさらに、地震動の周期特性を複数種類用いることで、周期特性による PML パラメータに与える影響を検討し、最適な PML のパラメータを探索する。

なお、PML を用いたモデルは、3次元 FEM モデルにおいてより有限領域縮減効果があるが、本論文ではまず簡単な事例を用いての効果をもとにしたため、2次元モデルを対象としている。

2. 速度減衰機構を考慮した地震入力の定式化

(1) 速度減衰機構を考慮した Convolutional PML の定式化に関して

PML の定式化に関しては、既往の研究^{19),20)}で示しているが、今回は地震入力の定式化において、速度減衰を導入できるように改良を行っているため、次節での説明の補足の意味で、Convolutional PML の定式化に関して簡単に説明する。なお、詳細に関しては、既往の研究^{19),20)}を参考にされたい。

また、本論文では Convolutional PML と PML に関する比較検討も行っているが、論文全体を通して共通するような理論や内容の場合は、単に PML と記載している。通常の PML のみにしか適用できない事項がある場合には、その都度説明を加えることとする。

PML 内の座標 \tilde{x}_i は FEM 内の座標 x_i と式(1)で関連付けられる。

$$\tilde{x}_i = \int_0^{x_i} \lambda_i(s) ds \quad (1)$$

ここで、 x_i は座標の i 成分、 \tilde{x}_i はその変換後の成分、 λ_i は次式で表されるものとした。

通常の PML は、 $\omega = 0$ で λ が無限大となる可能性がある。そこで、次のように座標変換係数を変え、 ω の実軸上の特異点をなくす。つまり、通常の PML は $\alpha_i = 0$ であり、この点が通常の PML と Convolutional PML との違いである。

$$\lambda_i = k_i + \frac{\beta_i}{\alpha_i + i\omega} \quad (2)$$

ここで、 k_i, β_i, α_i は x_i のみの関数とする。なお $k_i = 1$ 、 $\beta_i = 0$ とおけば FEM の方程式となる。PML の運動方程式は、

$$-\omega^2 \rho \bar{u}_i = \frac{1}{\lambda_j} \frac{\partial \bar{\sigma}_{ij}}{\partial x_j} + \rho g_i \delta(\omega) \quad (3)$$

ここで ρ は密度、 x_j は座標の j 成分、 \bar{u}_i は変位の i 方向成分、 $\delta(\omega)$ はディラックのデルタ関数、 g_i は単位質量あたりの物体力である。なお、 \bar{u}_i は振動数領域における変位を示しており、以降の記号においても記号の上にバーを付す場合は振動数領域での状態量等を示している。

なお、ここでは静的平衡状態の変位も含んでいるので、物体力項が存在する。また、ひずみは以下のように書ける。

$$\bar{f}_{ij} = \frac{1}{\lambda_j} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}, \quad \bar{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2} (\bar{f}_{ij} + \bar{f}_{ji}) \quad (4)$$

2次元を考え、式(3)の両辺に λ_1, λ_2 を乗じると

$$-\omega^2 \rho \lambda_1 \lambda_2 \bar{u}_i = \lambda_{\mp} \frac{\partial \bar{\sigma}_{ij}}{\partial x_j} + \rho \lambda_1 \lambda_2 g_i \delta(\omega) \quad (5)$$

書き直せば、

$$\begin{aligned} & -\rho \omega^2 \left\{ \begin{array}{l} k_1 k_2 + \frac{k_2 \beta_1 (\alpha_2 - \alpha_1) + \beta_1 \beta_2}{(\alpha_2 - \alpha_1)(\alpha_1 + i\omega)} \\ + \frac{k_1 \beta_2 (\alpha_2 - \alpha_1) - \beta_1 \beta_2}{(\alpha_2 - \alpha_1)(\alpha_2 + i\omega)} \end{array} \right\} \bar{u}_i \\ & = \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(k_{\mp} + \frac{\beta_{\mp}}{\alpha_{\mp} + i\omega} \right) \bar{\sigma}_{ij} \right\} \\ & + \rho \left\{ \begin{array}{l} k_1 k_2 + \frac{k_2 \beta_1 (\alpha_2 - \alpha_1) + \beta_1 \beta_2}{(\alpha_2 - \alpha_1)(\alpha_1 + i\omega)} \\ + \frac{k_1 \beta_2 (\alpha_2 - \alpha_1) - \beta_1 \beta_2}{(\alpha_2 - \alpha_1)(\alpha_2 + i\omega)} \end{array} \right\} g_i \delta(\omega) \end{aligned} \quad (6)$$

これを展開し、重み関数 w_i を用いて弱形式の定式化を行う。重み関数が任意であることを用い形状関数を導入すれば、節点の変位を未知数とする離散化が行える。

$$\begin{aligned}
& \int_v -\rho\omega^2 w_i \left\{ \begin{aligned} & k_1 k_2 + \frac{k_2 \beta_1 (\alpha_2 - \alpha_1) + \beta_1 \beta_2}{(\alpha_2 - \alpha_1)(\alpha_1 + i\omega)} \\ & + \frac{k_1 \beta_2 (\alpha_2 - \alpha_1) - \beta_1 \beta_2}{(\alpha_2 - \alpha_1)(\alpha_2 + i\omega)} \end{aligned} \right\} \bar{u}_i dv \\
& = \int w_i \left(k_{\neq} + \frac{\beta_{\neq}}{\alpha_{\neq} + i\omega} \right) \bar{\sigma}_{ij} n_j ds \\
& \quad - \int \frac{\partial w_i}{\partial x_j} \left(k_{\neq} + \frac{\beta_{\neq}}{\alpha_{\neq} + i\omega} \right) \bar{\sigma}_{ij} du \\
& \quad + \int_v \rho w_i \left\{ \begin{aligned} & k_1 k_2 + \frac{k_2 \beta_1 (\alpha_2 - \alpha_1) + \beta_1 \beta_2}{(\alpha_2 - \alpha_1)(\alpha_1 + i\omega)} \\ & + \frac{k_1 \beta_2 (\alpha_2 - \alpha_1) - \beta_1 \beta_2}{(\alpha_2 - \alpha_1)(\alpha_2 + i\omega)} \end{aligned} \right\} g_i \delta(\omega) dv
\end{aligned} \tag{7}$$

フーリエ逆変換による時間領域に変換すると,

$$\begin{aligned}
& \int_v \rho w_i \left\{ k_1 k_2 \ddot{u}_i + \frac{k_{\neq} \beta_j (\alpha_{\neq} - \alpha_j) + \beta_1 \beta_2}{\alpha_{\neq} - \alpha_j} e^{-\alpha_j t} * \ddot{u}_i \right\} dv \\
& = \int w_i (k_{\neq} \sigma_{ij} + \beta_{\neq} e^{-\alpha_j t} * \sigma_{ij}) n_j ds \\
& \quad + \int_v \rho w_i \left\{ k_1 k_2 g_i + \frac{k_{\neq} \beta_j (\alpha_{\neq} - \alpha_j) + \beta_1 \beta_2}{\alpha_{\neq} - \alpha_j} e^{-\alpha_j t} * g_i \right\} dv \\
& \quad - \int \frac{\partial w_i}{\partial x_j} (k_{\neq} \sigma_{ij} + \beta_{\neq} e^{-\alpha_j t} * \sigma_{ij}) dv
\end{aligned} \tag{8}$$

ここで χ は j 以外の指数, $*$ は畳み込み積分を意味する. 同様に式(4)より,

$$k_j f_{ij} + \beta_j e^{-\alpha_j t} * f_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \tag{9}$$

ところで, $F(t)$ を任意関数として $e^{-\alpha t} * f(t) = \int_0^t e^{-\alpha(t-t')} f(t') dt' = F(t)$ とおけば, $F(t + \Delta t)$ は次式のようなになる. ただし, ここでは $\int_t^{t+\Delta t} f(t') dt' \approx (1-\theta)\Delta t f(t) + \theta\Delta t f(t + \Delta t)$ (ただし, $0 \leq \theta \leq 1$) という近似を行っている.

これにより,

$$\begin{aligned}
F(t + \Delta t) & = \int_t^{t+\Delta t} e^{-\alpha(t+\Delta t-t')} f(t') dt' \\
& \quad + e^{-\alpha\Delta t} \int_0^t e^{-\alpha(t-t')} f(t') dt' \\
& = (1-\theta)\Delta t e^{-\alpha\Delta t} f(t) + \theta\Delta t f(t + \Delta t) \\
& \quad + e^{-\alpha\Delta t} F(t) \\
& = \theta\Delta t f(t + \Delta t) + e^{-\alpha\Delta t} F^*(t)
\end{aligned} \tag{10}$$

ここで, $F^*(t) = F(t) + (1-\theta)\Delta t f(t)$ である.

$$F^*(t + \Delta t) = f(t + \Delta t)\Delta t + e^{-\alpha\Delta t} F^*(t)$$

式(9)より,

$$\begin{aligned}
& (k_j + \beta_j \theta \Delta t) f_{ij}(t + \Delta t) \\
& \quad + e^{-\alpha_j \Delta t} \beta_j F_{ij}^*(t) = \frac{\partial u_i}{\partial x_j}(t + \Delta t)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{ij}(t + \Delta t) & = \frac{1}{k_j + \beta_j \theta \Delta t} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}(t + \Delta t) \\
& \quad - \frac{\beta_j e^{-\alpha_j \Delta t}}{k_j + \beta_j \theta \Delta t} F_{ij}^*(t)
\end{aligned} \tag{11}$$

$$\begin{aligned}
F_{ij}^*(t) & = \int_0^t e^{-\alpha_j(t-t')} f_{ij}(t') dt' \\
& \quad + (1-\theta)\Delta t f_{ij}(t)
\end{aligned}$$

式(8)より,

$$\begin{aligned}
& \int_v \rho w_i \{ k_1 k_2 + \theta \Delta t (k_2 \beta_1 + k_1 \beta_2) \} \ddot{u}_i(t + \Delta t) dv \\
& \quad - \int_v \rho w_i \left\{ \begin{aligned} & \left(k_2 \beta_1 + \frac{\beta_1 \beta_2}{\alpha_2 - \alpha_1} \right) e^{-\alpha_1 \Delta t} U_{i1}^*(t) \\ & + \left(k_1 \beta_2 + \frac{\beta_1 \beta_2}{\alpha_1 - \alpha_2} \right) e^{-\alpha_2 \Delta t} U_{i2}^*(t) \end{aligned} \right\} dv \\
& = \int w_i (k_{\neq} \sigma_{ij} + \beta_{\neq} e^{-\alpha_j t} * \sigma_{ij}) n_j ds \\
& \quad + \int_v \rho w_i \{ k_1 k_2 + \theta \Delta t (k_2 \beta_1 + k_1 \beta_2) \} g_i dv \\
& \quad - \int_v \rho w_i \left\{ \begin{aligned} & \left(k_2 \beta_1 + \frac{\beta_1 \beta_2}{\alpha_2 - \alpha_1} \right) e^{-\alpha_1 \Delta t} G_{i1}^*(t) \\ & + \left(k_1 \beta_2 + \frac{\beta_1 \beta_2}{\alpha_1 - \alpha_2} \right) e^{-\alpha_2 \Delta t} G_{i2}^*(t) \end{aligned} \right\} dv \\
& \quad - \int \frac{\partial w_i}{\partial x_j} \left\{ (k_{\neq} + \theta \Delta t \beta_{\neq}) \sigma_{ij}(t + \Delta t) + \beta_{\neq} e^{-\alpha_j \Delta t} \Sigma_{ij}^*(t) \right\} dv
\end{aligned} \tag{12}$$

ここで,

$$\begin{aligned}
U_{ij}^*(t) & = \int_0^t e^{-\alpha_j(t-t')} \ddot{u}_i(t') dt' + \Delta t (1-\theta) \ddot{u}_i(t) \\
G_{ij}^*(t) & = \int_0^t e^{-\alpha_j(t-t')} g_i(t') dt' + \Delta t (1-\theta) g_i(t) \\
\Sigma_{ij}^*(t) & = \int_0^t e^{-\alpha_j(t-t')} \sigma_{ij}(t') dt' + \Delta t (1-\theta) \sigma_{ij}(t)
\end{aligned}$$

したがって,

$$\begin{aligned}
U_{ij}^*(t + \Delta t) & = \Delta t \ddot{u}_i(t + \Delta t) + e^{-\alpha_j \Delta t} U_{ij}^*(t) \\
\Sigma_{ij}^*(t + \Delta t) & = \Delta t \sigma_{ij}(t + \Delta t) + e^{-\alpha_j \Delta t} \Sigma_{ij}^*(t)
\end{aligned}$$

また

$$\begin{aligned}
\Delta f_{ij} & = f_{ij}(t + \Delta t) - f_{ij}(t) \\
& = \frac{1}{k_j + \beta_j \theta \Delta t} \left(\frac{\partial \Delta u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j}(t) \right) \\
& \quad - \frac{\beta_j e^{-\alpha_j \Delta t}}{k_j + \beta_j \theta \Delta t} F_{ij}^*(t) - f_{ij}(t) \\
& = \frac{1}{k_j + \beta_j \theta \Delta t} \frac{\partial \Delta u_i}{\partial x_j} + \left(\frac{1}{k_j + \beta_j \theta \Delta t} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}(t) - f_{ij}(t) \right) \\
& \quad - \frac{\beta_j e^{-\alpha_j \Delta t}}{k_j + \beta_j \theta \Delta t} F_{ij}^*(t) \\
& = \frac{1}{k_j + \beta_j \theta \Delta t} \frac{\partial \Delta u_i}{\partial x_j} \\
& \quad - \frac{\beta_j e^{-\alpha_j \Delta t}}{k_j + \beta_j \theta \Delta t} (\Delta t f_{ij}(t) - (1 - e^{-\alpha_j \Delta t}) F_{ij}^*(t - \Delta t))
\end{aligned} \tag{13}$$

ここで

$$\begin{aligned}
F_{ij}^*(t) &= \int_0^t e^{-\alpha_j(t-t')} f_{ij}(t') dt + (1-\theta)\Delta t f_{ij}(t) \\
F_{ij}^*(t+\Delta t) &= \Delta t f_{ij}(t) + e^{-\alpha_j \Delta t} F_{ij}^*(t) \\
\Delta u_i &= u_i(t+\Delta t) - u_i(t)
\end{aligned}$$

式(13)を式(12)に代入して整理すると、

$$\begin{aligned}
& \int_V \rho w_i \left\{ k_1 k_2 + \theta \Delta t (k_2 \beta_1 + k_1 \beta_2) \right\} \ddot{u}_i(t+\Delta t) dv \\
& + \int_V \rho w_i \sum_{j=1}^2 \left\{ \frac{k_+ \beta_j (\alpha_+ - \alpha_j) + \beta_1 \beta_2}{\alpha_+ - \alpha_j} e^{-\alpha_j \Delta t} U_{ij}^*(t) \right\} dv \\
& = \int w_i (k_+ \sigma_{ij} + \beta_+ e^{-\alpha_+ t} * \sigma_{ij} n_j) ds \\
& + \int_V \rho w_i \{ k_1 k_2 + \theta \Delta t (k_2 \beta_1 + k_1 \beta_2) \} g_i dv \\
& + \int_V \rho w_i \sum_{j=1}^2 \left\{ \frac{k_+ \beta_j (\alpha_+ - \alpha_j) + \beta_1 \beta_2}{\alpha_+ - \alpha_j} e^{-\alpha_j \Delta t} G_{ij}^*(t) \right\} dv \\
& + \int \frac{\partial w_i}{\partial x_j} \left[\frac{(k_+ + \theta \Delta t \beta_+) \{ (\partial \sigma_{ij} / \partial f_{kl}) (\Delta f_{kl}) + \sigma_{ij}(t) \}}{\beta_+ e^{-\alpha_+ \Delta t} \Sigma_{ij}^*(t)} \right] dv \\
& = \int w_i (k_+ \sigma_{ij} + \beta_+ e^{-\alpha_+ t} * \sigma_{ij} n_j) ds \\
& + \int_V \rho w_i \{ k_1 k_2 + \theta \Delta t (k_2 \beta_1 + k_1 \beta_2) \} g_i dv \\
& + \int_V \rho w_i \sum_{j=1}^2 \left\{ \frac{k_+ \beta_j (\alpha_+ - \alpha_j) + \beta_1 \beta_2}{\alpha_+ - \alpha_j} e^{-\alpha_j \Delta t} G_{ij}^*(t) \right\} dv \\
& - \int \frac{\partial w_i}{\partial x_j} \left[\frac{DI (\partial \sigma_{ij} / \partial f_{kl})}{(k_+ + \theta \Delta t \beta_+) (k_1 + \beta_1 \theta \Delta t)} \right. \\
& \left. \times \left\{ \frac{\partial \Delta u_k}{\partial x_l} - \beta_l e^{-\alpha_l \Delta t} \left(\Delta t f_{kl}(t) - (1 - e^{-\alpha_l \Delta t}) F_{kl}^*(t - \Delta t) \right) \right\} \right] dv \\
& + (k_+ + \theta \Delta t \beta_+) \sigma_{ij}(t) + \beta_+ e^{-\alpha_+ \Delta t} \Sigma_{ij}^*(t) dv \\
& \text{したがって} \\
& \int_V \rho w_i \{ k_1 k_2 + \theta \Delta t (k_2 \beta_1 + k_1 \beta_2) \} \ddot{u}_i(t+\Delta t) dv \\
& + \int \frac{DI (\partial \sigma_{ij} / \partial f_{kl})}{g'_j g'_l} \frac{\partial w_i}{\partial x_j} \frac{\partial \Delta u_k}{\partial x_l} dv \\
& = \int w_i (k_+ \sigma_{ij} + \beta_+ e^{-\alpha_+ t} * \sigma_{ij} n_j) ds \\
& + \int_V \rho w_i \{ k_1 k_2 + \theta \Delta t (k_2 \beta_1 + k_1 \beta_2) \} g_i dv \\
& + \int_V \rho w_i \sum_{j=1}^2 \left\{ \frac{k_+ \beta_j (\alpha_+ - \alpha_j) + \beta_1 \beta_2}{\alpha_+ - \alpha_j} e^{-\alpha_j \Delta t} G_{ij}^*(t) \right\} dv \\
& - \int_V \rho w_i \sum_{j=1}^2 \left\{ \frac{k_+ \beta_j (\alpha_+ - \alpha_j) + \beta_1 \beta_2}{\alpha_+ - \alpha_j} e^{-\alpha_j \Delta t} U_{ij}^*(t) \right\} dv \\
& + \int \frac{\partial w_i}{\partial x_j} \left[\frac{DI (\partial \sigma_{ij} / \partial f_{kl})}{g'_j g'_l} \beta_l e^{-\alpha_l \Delta t} (F_{kl}^*(t) - F_{kl}^*(t - \Delta t)) \right. \\
& \left. - (k_+ + \theta \Delta t \beta_+) \sigma_{ij}(t) - \beta_+ e^{-\alpha_+ \Delta t} \Sigma_{ij}^*(t) \right] dv
\end{aligned} \tag{14}$$

ここで、 $g'_j = k_j + \theta \Delta t \sigma_j$, $DI = g'_1 g'_2$ である。

もし $(\partial \sigma_{ij} / \partial f_{kl})$ が (ij) と (kl) に関して対称であれば、係数マトリックスも対称となる。なお、このことは Galerkin 法より、重み関数と変位に同一の形状関数を用いれば、離散化して得られる係数マトリックスは対称となるということから言えるものである。

なお、線形問題とすると、

$$\begin{aligned}
& \int_V \rho w_i \{ k_1 k_2 + \theta \Delta t (k_2 \sigma_1 + k_1 \sigma_2) \} \ddot{u}_i(t+\Delta t) dv \\
& + \int \frac{\partial w_i}{\partial x_j} \frac{DI}{g'_j g'_l} C_{ijkl} \frac{\partial u_k}{\partial x_l}(t+\Delta t) dv \\
& = \int w_i (k_+ \sigma_{ij} + \sigma_+ e^{-\alpha_+ t} * \sigma_{ij} n_j) ds \\
& + \int_V \rho w_i \{ k_1 k_2 + \theta \Delta t (k_2 \sigma_1 + k_1 \sigma_2) \} g_i dv \\
& + \int_V \rho w_i \sum_{j=1}^2 \left\{ \frac{k_+ \sigma_j (\alpha_+ - \alpha_j) + \sigma_1 \sigma_2}{\alpha_+ - \alpha_j} e^{-\alpha_j \Delta t} G_{ij}^*(t) \right\} dv \\
& - \int_V \rho w_i \sum_{j=1}^2 \left\{ \frac{k_+ \sigma_j (\alpha_+ - \alpha_j) + \sigma_1 \sigma_2}{\alpha_+ - \alpha_j} e^{-\alpha_j \Delta t} U_{ij}^*(t) \right\} dv \\
& + \int \frac{\partial w_i}{\partial x_j} \frac{DI}{g'_j g'_l} C_{ijkl} e^{-\alpha_l \Delta t} \sigma_l F_{kl}^* dv \\
& - \int \frac{\partial w_i}{\partial x_j} \sigma_+ e^{-\alpha_+ \Delta t} \Sigma_{ij}^*(t) dv
\end{aligned} \tag{16}$$

となり、係数マトリックスは対称である。

また、速度減衰を考慮する場合においても同様の定式化を行うことができる。

ここで、 k_i, β_i, α_i は x_i のみの関数とする。PML の運動方程式は、

$$\begin{aligned}
& -\omega^2 \rho \bar{u}_i + i\omega A \rho \bar{u}_i \\
& = \frac{1}{\lambda_j} \frac{\partial \bar{\sigma}_{ij}}{\partial x_j} + \frac{1}{\lambda_j} B C_{ijkl} \bar{f}_{kl} + \rho g_i \delta(\omega)
\end{aligned} \tag{17}$$

ここで、 A, B は Rayleigh 減衰の定数であり、また

$$\bar{f}_{ij} = i\omega \frac{1}{\lambda_j} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \tag{18}$$

以下、詳細は既往の文献²²⁾に譲るとし、定式化を行っていくと、以下のような式が得られる。

$$\begin{aligned}
& \int_V \rho w_i \left\{ k_1 k_2 + \theta \Delta t (k_2 \beta_1 + k_1 \beta_2) \right\} \ddot{u}_i(t+\Delta t) dv \\
& + \int_V \rho w_i \sum_{j=1}^2 \left\{ \frac{k_+ \beta_j (\alpha_+ - \alpha_j) + \beta_1 \beta_2}{\alpha_+ - \alpha_j} \right\} dv \\
& \quad \times e^{-\alpha_j \Delta t} U_{ij}^*(t) \\
& + A \int_V \rho w_i \left\{ k_1 k_2 + \theta \Delta t (k_2 \beta_1 + k_1 \beta_2) \right\} \dot{u}_i(t+\Delta t) dv \\
& + A \int_V \rho w_i \sum_{j=1}^2 \left\{ \frac{k_+ \beta_j (\alpha_+ - \alpha_j) + \beta_1 \beta_2}{\alpha_+ - \alpha_j} \right\} dv \\
& \quad \times e^{-\alpha_j \Delta t} \tilde{U}_{ij}^*(t)
\end{aligned} \tag{15}$$

$$\begin{aligned}
&= \int w_i \left\{ k_{\pm} \sigma_{ij} + \beta_{\pm} e^{-\alpha_{\pm} t} * \sigma_{ij} \right. \\
&\quad \left. + B k_{\pm} C_{ijkl} \dot{f}_{kl} + B \beta_{\pm} e^{-\alpha_{\pm} t} * (C_{ijkl} \dot{f}) \right\} ds \\
&\int_V \rho w_i \{ k_1 k_2 + \theta \Delta t (k_2 \beta_1 + k_1 \beta_2) \} g_i dv \\
&+ \int_V \rho w_i \sum_{j=1}^2 \left\{ \frac{k_{\pm} \beta_j (\alpha_{\pm} - \alpha_j) + \beta_1 \beta_2}{\alpha_{\pm} - \alpha_j} e^{-\alpha_j \Delta t} G_{ij}^*(t) \right\} dv \\
&- \int \frac{\partial w_i}{\partial x_j} \left\{ (k_{\pm} + \theta \Delta t \beta_{\pm}) \sigma_{ij}(t + \Delta t) + \beta_{\pm} e^{-\alpha_{\pm} \Delta t} \Sigma_{ij}^*(t) \right\} dv \\
&- B \int \frac{\partial w_i}{\partial x_j} \left\{ \frac{DI}{g'_j g'_l} C_{ijkl} \frac{\partial \dot{u}_k}{\partial x_l} - \frac{DI \beta_l e^{-\alpha_l t}}{g'_j g'_l} C_{ijkl} \tilde{F}_{kl}(t) \right. \\
&\quad \left. + \sigma_{\pm} e^{-\alpha_{\pm} \Delta t} \tilde{\Sigma}_{ij}(t) \right\} dv \\
\tilde{U}_{ij}^*(t) &= \int_0^t e^{-\alpha_j(t-t')} \dot{u}_i(t') dt' + \Delta t (1 - \theta) \dot{u}_i(t) \\
\tilde{F}_{kl}(t) &= \int_0^t e^{-\alpha_j(t-t')} \dot{f}_{kl}(t') dt' + \Delta t (1 - \theta) \dot{f}_{kl}(t) \\
\tilde{\Sigma}_{kl}(t) &= \int_0^t e^{-\alpha_j(t-t')} \tilde{\sigma}_{kl}(t') dt' + \Delta t (1 - \theta) \tilde{\Sigma}_{kl}(t) \\
\tilde{\sigma}_{ij} &= C_{ijkl} \dot{f}_{kl}
\end{aligned} \tag{19}$$

(2) 地震入力の定式化

入射波の進行方向に $\lambda_i = 1$ が成立する領域を考え、その領域の内部 1 メッシュ分と、外部は線形で、重ねあわせの原理が適用できるものとする。領域内部は入射波と外部へ向かう逸散波双方を考慮するが、外部では逸散波のみを考慮するものとする。内部 1 メッシュでは、境界上の節点では逸散波のみ、内部の節点では入射波と逸散波が考慮されている。それらの節点における入射波は既知とする。節点力の計算にはすべての節点の変位が必要である。図-1 に全体の解析モデルと、境界部にあたるメッシュを拡大した概念図を示す。なお、メッシュは二次要素を考えているので、1 メッシュ当たり 8 節点となる。

内部の節点（図-1の黒丸部）に対する節点力の計算にあたっては、境界上の節点変位に入射波を加え

た変位を用いる。また、境界上の節点（図-1の白丸部）に対する節点力の計算に当たっては、内部の節点の変位から入射波を差し引いた変位を用いればよい。PML領域では進行方向のみに $\lambda_i = 1$ となる（たとえば x_2 方向とすれば、 $\lambda_2 = 1$, $\lambda_1 \neq 1$ ）。このとき、内部節点における入力波に対応したメッシュ内の変位成分を ${}^e u_i$ とする。またその変位により発生する応力とその積分値を ${}^e \sigma_{ij}^n$, ${}^e \Sigma_{ij}^n$ とするとき、 ${}^e u_i$ に対応した節点 α の節点力 F_i^α は、式(16), (19) より次のように表すことができる。

$$\begin{aligned}
F_i^\alpha &= - \int_V \rho N^\alpha \{ k_1 k_2 + \theta \Delta t (k_2 \sigma_1 + k_1 \sigma_2) \} \\
&\quad \times ({}^e \ddot{u}_i(t + \Delta t) + \alpha {}^e \dot{u}_i(t + \Delta t)) dv \\
&- \int \frac{\partial N^\alpha}{\partial x_j} \frac{DI}{g'_j g'_l} C_{ijkl} \left(\frac{\partial {}^e u_k}{\partial x_l}(t + \Delta t) \right. \\
&\quad \left. + \beta \frac{\partial {}^e \dot{u}_k}{\partial x_l}(t + \Delta t) \right) dv \\
&- \int_V \rho N^\alpha \sum_{j=1}^2 \left\{ \frac{k_{\pm} \sigma_j (\alpha_{\pm} - \alpha_j) + \sigma_1 \sigma_2}{\alpha_{\pm} - \alpha_j} \right. \\
&\quad \left. \times e^{-\alpha_j \Delta t} (U_{ij}^*(t) + \alpha \tilde{U}_{ij}^*(t)) \right\} dv \\
&- \int \frac{\partial N^\alpha}{\partial x_j} \sigma_{\pm} e^{-\alpha_{\pm} \Delta t} ({}^e \Sigma_{ij}^*(t) + \beta {}^e \tilde{\Sigma}_{ij}^*(t)) dv \\
&+ \int \frac{\partial N^\alpha}{\partial x_j} \frac{DI}{g'_j g'_l} C_{ijkl} e^{-\alpha_l \Delta t} \sigma_l ({}^e F_{kl}^* + \beta {}^e F_{kl}) dv
\end{aligned} \tag{20}$$

ただし、 N^α は節点 α の内挿関数である。この節点力を内部節点に対しては加え（その際の ${}^e u_i$, ${}^e F_{ij}^n$, ${}^e \Sigma_{ij}^n$, U_{ij}^* は境界上の節点の入射波に対するもの）、境界上の節点に対しては差し引けばよい（その際の ${}^e u_i$, ${}^e \sigma_{ij}^n$, ${}^e \Sigma_{ij}^n$ は内部節点の入射波に対するもの）。

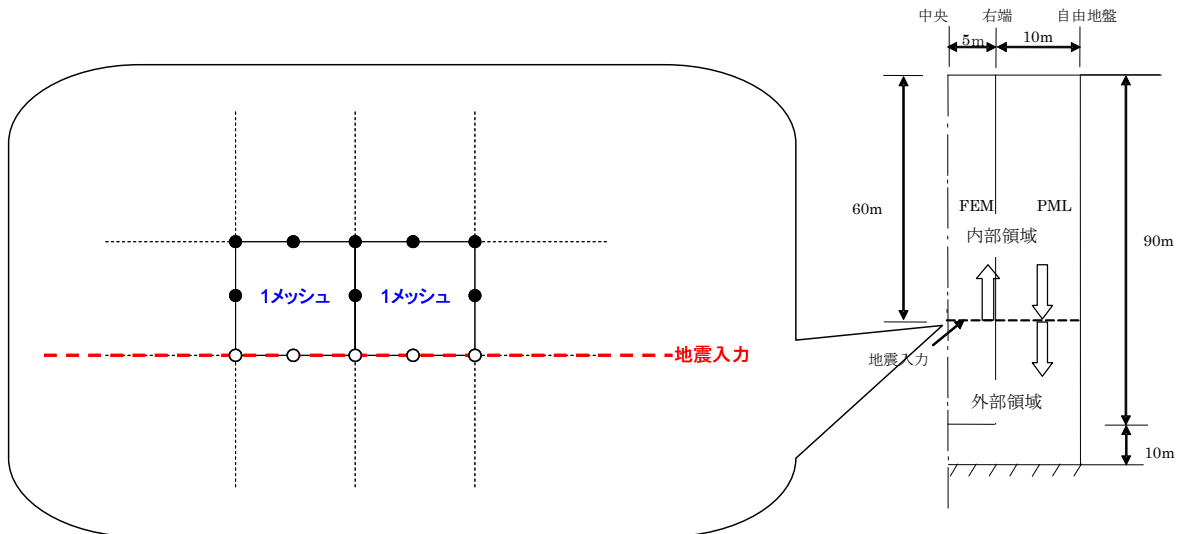


図-1 解析モデルおよび境界部の概念図

3. 波形の種類が解析結果に及ぼす影響検討

(1) 解析モデルと解析条件

今回検討する解析モデルは、前章で示した図-1である。図のように解析対象領域（FEM）の底面および側方にPML層を設けている。地盤の密度とラメ定数は、それぞれ、 $\rho=1.37t/m^3$ 、 $\mu=28468kN/m^2$ 、 $\lambda=5423kN/m^2$ とした。地震入力と記載した位置から地震動を入力する。今回は、入力波形として、継続時間30秒の周波数1Hzの正弦波（図-2）と道路橋示方書に記載されているJR鷹取駅構内地盤上のNS成分（Type II - II - 1）（図-3）を用いた。これらを入力波に対して、表-1に示す2種類の方法で積分を行い、速度波形および変位波形を得る。これらを用意した上で解析を行い、地表面（中央）で得られた速度波形および変位波形について比較を行った。

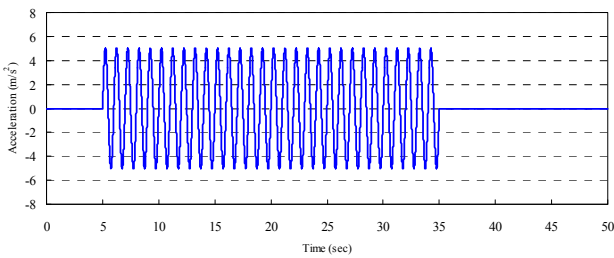


図-2 入力波形（正弦波 1Hz）

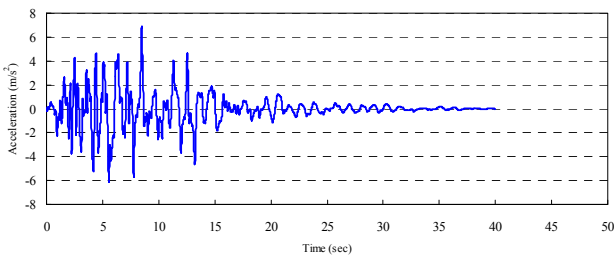


図-3 入力波形（JR鷹取駅構内地盤上NS波）

表-1 積分方法

	積分法	特徴
①	線形加速度法	一般的に用いられる積分法. Newmark β 法の一つ.
②	フーリエ変換法	周波数領域に変換し、そこで積分し、逆変換する.

(2) 正弦波による検討

解析結果を図-4、図-5に示す。入力波形が図-2に示すような時刻歴であることを考えると、入力速度波形は、図-4より線形加速度法により積分した結果が最も適当であったと考えられる。フーリエ変換法では、軸が全体的に負(-)の領域にずれている。次に変位波形では、速度波形の段階で負の領域にずれているフーリエ変換法では、図-5より変位応答でも最初に負側に入っていること、また最大変形量が小さいことより、今回の正弦波においては線形加速度法による積分に比べ、精度がよくないことが示された。

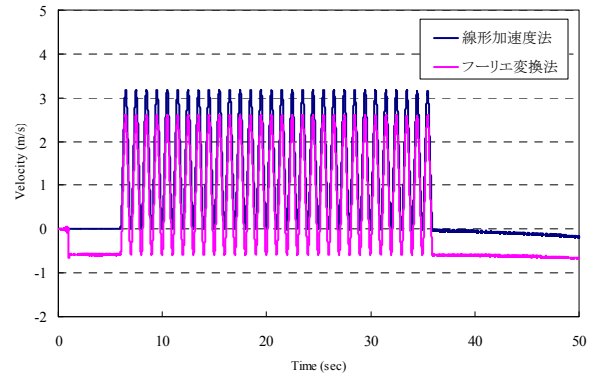


図-4 応答速度時刻歴

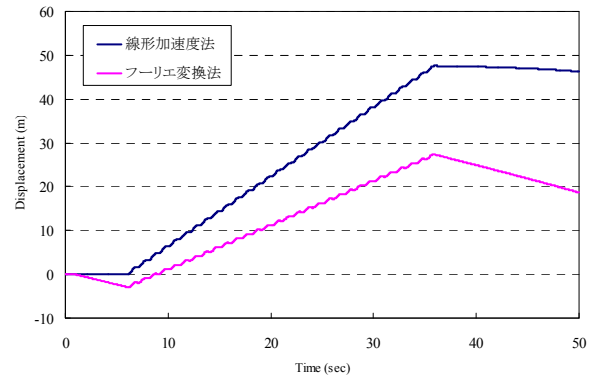


図-5 応答変位時刻歴

(3) 不規則波（地震動）による検討

次にJR鷹取駅構内地盤上のNS成分（Type II - II - 1）を入力した際の応答速度時刻歴を図-6および図-7に、応答変位時刻歴を図-8および図-9にそれぞれ示す。まず応答速度に関しては、図より両者にそれほど差がないように見受けられる。しかし応答変位に着目すると、加震中の挙動に関しては、違いがあるものの開始15秒までは変位量にあまり差がない。しかしそれ以後、特に加震後の残留変位に着目すると両者に大きな違いが生じている。このことに関して、既往の研究^{9),19),20),22)}よりPMLは粘性境界等に比べ解析精度の良いことから、時刻歴の相違は積分法の違いによるものであり、このことは以前より議論されているので、積分法により波形が異なること自体には問題はない。積分法による波形の相違はPMLに限らず一般的に言えることであるが、粘性境界等のように底面より波形を入力する場合は積分自体が回避可能であり、上記のことは問題とならない。入力データとして必要なものは加速度波形のみでよい。しかしPMLを用いた場合においては、上記と異なりFEM部に地震波を入力する必要があるため、入力波の積分を行わなければならない。この点がPML特有の問題である。したがってPMLを用いて計算を行う場合には、積分法の特徴や違い、精度の良い積分法等をよく考慮した上で使用しなければならない。

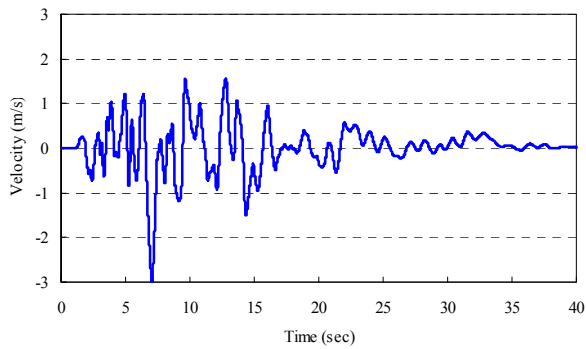


図-6 応答速度時刻歴（線形加速度法）

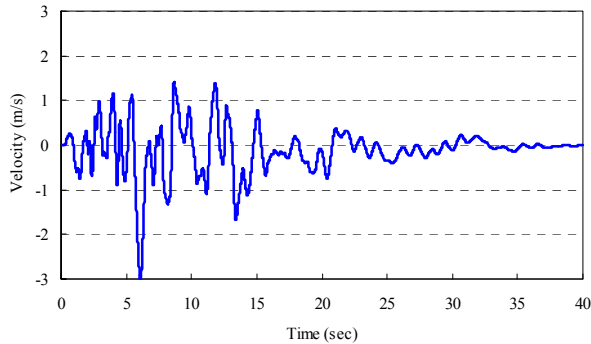


図-7 応答速度時刻歴（フーリエ変換法）

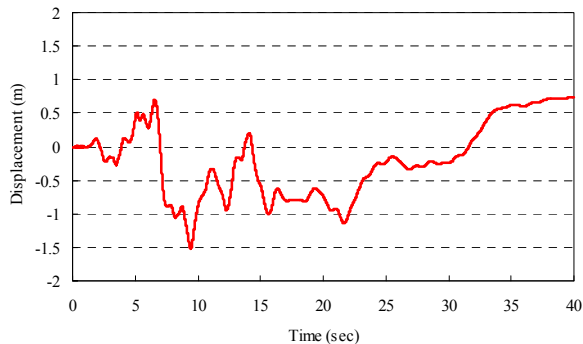


図-8 応答変位時刻歴（線形加速度法）

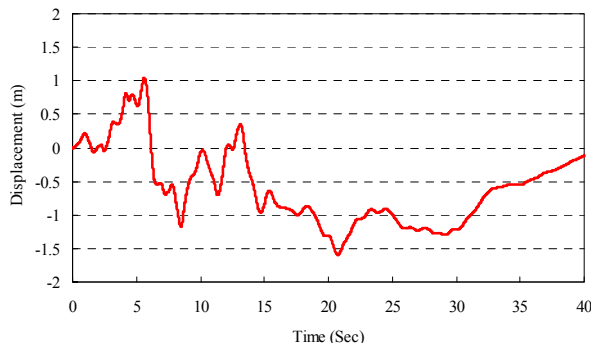


図-9 応答変位時刻歴（フーリエ変換法）

4. PMLのパラメータ設定および地震動入力方式が解析結果の精度に及ぼす影響検討

(1) PMLのパラメータ設定が解析精度に及ぼす影響

ここでは、PMLを用いる上で必要となるパラメータに関して検討する。2章において、PMLの運動方程式を、

$$-\omega^2 \rho \bar{u}_i = \frac{1}{\lambda_j} \frac{\partial \bar{\sigma}_{ij}}{\partial x_j} + \rho g_i \delta(\omega) \quad (3)$$

と表し、

$$\lambda_i = k_i + \frac{\beta_i}{\alpha_i + i\omega} \quad (2)$$

と定義した。（ただし、Convolutional PMLでは $\alpha_i > 0$ 、通常のPMLでは $\alpha_i = 0$ である。）ここでの k_i, β_i, α_i が、今回検討するパラメータとなる。これまでの研究^{例えは22)}より、 $\alpha = 10, k = 10, \beta = 300$ と設定した場合に、比較的安定した解が得られていることが分かっている。

そこで、CASE1として $\alpha = 1, k = 10, \beta = 300$ とした場合、CASE2として $\alpha = 10, k = 1, \beta = 300$ とした場合、CASE3として $\alpha = 10, k = 10, \beta = 30$ とした場合に、解析結果にどのような影響を及ぼすのかを検証した。なお、ここでの入力地震動として、道路橋示方書に記載されている神戸海洋気象台地盤上のNS成分（Type II - I - 1）を使用する。（前章と入力地震動を変更しているが、そのことに関しては特に理由はない。）入力地震動を図-10に示す。また、解析モデルは、2章の図-1と同じものを用いる。

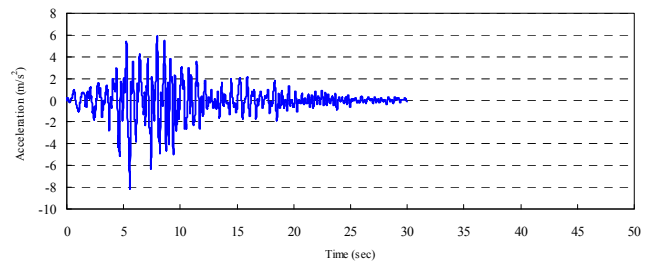


図-10 入力地震動（Type II - I - 1）

解析結果を図-11～図-14に示す。これは全てFEM部の地表面中央での応答変位時刻歴である。これを見ると明らかなようにCASE3の結果だけが異なっている。その違いは特に加震開始30秒後の残留変位に現れている。ここでこの要因となっているPMLのパラメータ β (β_i の最大値)について考える。 β を用いてPML通過時の振幅と入射時の振幅の比は、文献¹²⁾より以下のように表せる。

$$\begin{aligned} & \left\| \frac{\text{PML通過後の振幅}}{\text{PML入射時の振幅}} \right\| \\ & = \exp(-L\beta / (m+1)C) \end{aligned}$$

ここで、 m はパラメータ β の空間変化の多項式の次数（今回は2）、 C は弾性波速度（ $V_s = 144 \text{m/s}$ で設定）、 L はPMLの厚さ（ $=20 \text{m}$ ）により、 $\beta = 300$ では 10^{-6} となる。 β を小さくするとPML内に入ってきた

た波形が減衰しないこと、それにより反射が生じてFEM部での精度が悪くなってしまうので、パラメータ設定の際には、 β が解析結果に影響を及ぼさないような値を検討した上で使用しなければならない。

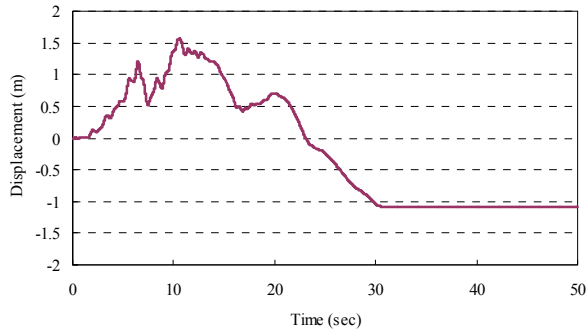


図-11 応答変位時刻歴 ($\alpha=10, k=10, \beta=300$)

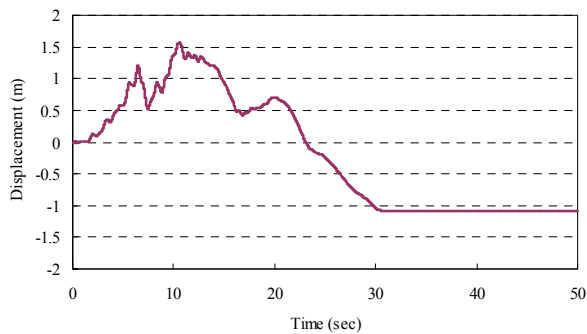


図-12 応答変位時刻歴 ($\alpha=1, k=10, \beta=300$)

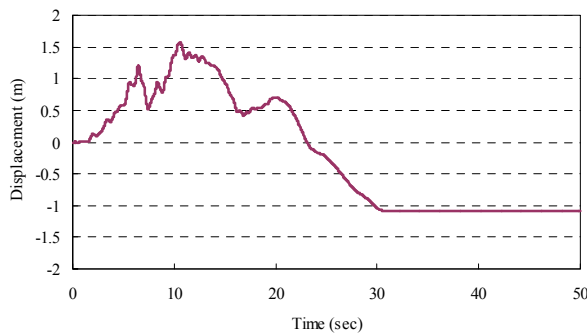


図-13 応答変位時刻歴 ($\alpha=10, k=1, \beta=300$)

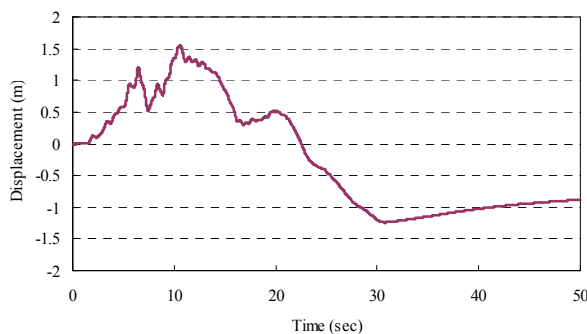


図-14 応答変位時刻歴 ($\alpha=10, k=10, \beta=30$)

(2) PMLモデルにおける地震動入力方式が解析精度に及ぼす影響

次にPMLでの地震動の入力方式に関して検討する。PMLモデルでは、底面PMLの直上から地震動を入力することになる。通常の解析方法であれば、底面に粘性境界を設定して（固定境界の場合もあるが）、その下から2E波として入力する。これらの入力方法の違いが解析にどのような影響を与えるのかを検証する。

解析モデルは、図-1に示したもののうち、PML部を粘性ダンパーに置き換えている。また精度を向上させるため、切り欠き力も考慮している。

解析結果として地表面中央での応答変位時刻歴を図-15および図-16に示す。図-15はPML方式と同じように地表から60mの地点から地震動を入力している。図-16では底面より2E波として粘性ダンパーを介するかたちで入力したものである。結果より両者に差が見られないことから、PMLでの入力方式の妥当性が示された。

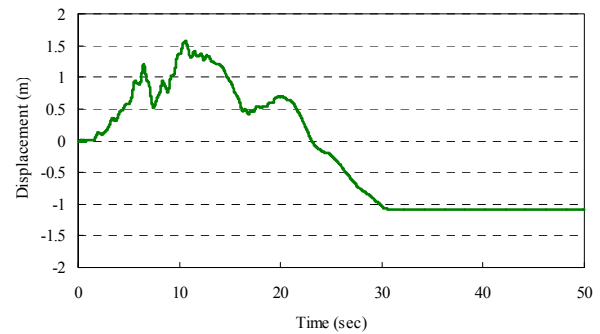


図-15 応答変位時刻歴（深度60mから入力）

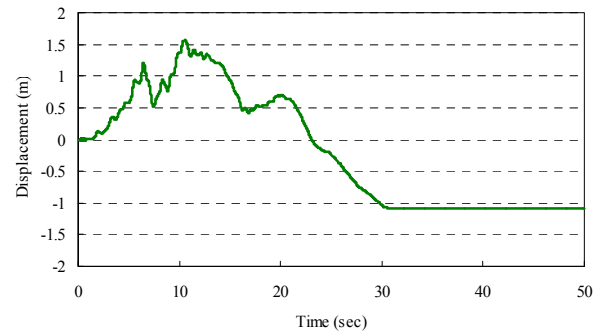


図-16 応答変位時刻歴（底面より2E波で入力）

5. 表面波が解析結果の精度に及ぼす影響検討

ここでは表面波が解析結果に及ぼす影響について検討する。表面波に関して、粘性ダンパーを用いた場合には、底面および側方での吸収性能が悪く精度が低下すると考えられている。これは波の進行方向が底面と並行に進行すること、またその進行速度がP波と異なるためである。またPMLモデルにおいても、境界と並行に進む波、つまり入射角が0に近い波については吸収性能が低下することが知られてい

る¹³⁾。そこで計算例を示すことで応答精度の検証を行う。

図-17に解析モデルを示す。密度2000kg/m³、ラメ定数 $\mu=600\text{MPa}$ 、 $\lambda=300\text{MPa}$ の地盤表面に大きさ1の鉛直のRicker wavelet (卓越周期1秒)の力を加えた。モデルは深さ300mで幅が3000m (対称形より半分)である。PMLの場合には下部の100mと端部の100mがPML領域で、粘性ダンパーを用いる場合には、その外部にダンパーと切り欠き力を加えている。PML領域であった場所はFEM領域となる。

図-18に鉛直方向の応答加速度時刻歴を示す。これは入力地点から2000mの地点の表面の鉛直加速度である。これはConvolutional PMLとPMLおよび粘性+切り欠き力を、より大きなモデルと比べている。ここではこの大きなモデルを正解と考える。結果から分かるようにConvolutional PMLが最も結果がよく (大きなモデルとConvolutional PMLの結果は重なっている)、PML、粘性+切り欠き力と続いている。Convolutional PMLとPMLの違いは、2章で示したように λ の定義の違いが解析精度に影響を与えていると推察される。表面波は一般的に精度のよい解析が難しいと言われるが、Convolutional PMLを使用することで、解析精度が向上することが明らかとなった。

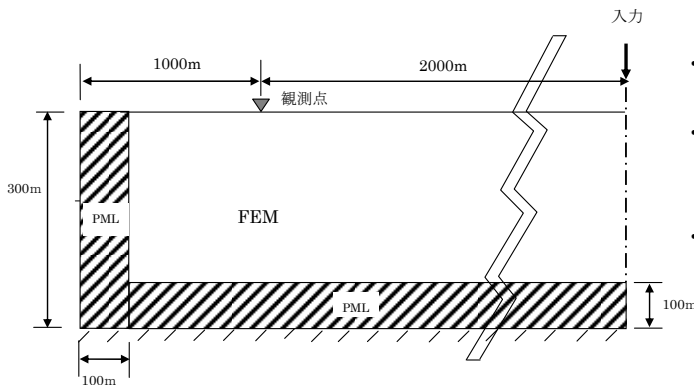


図-17 解析モデル

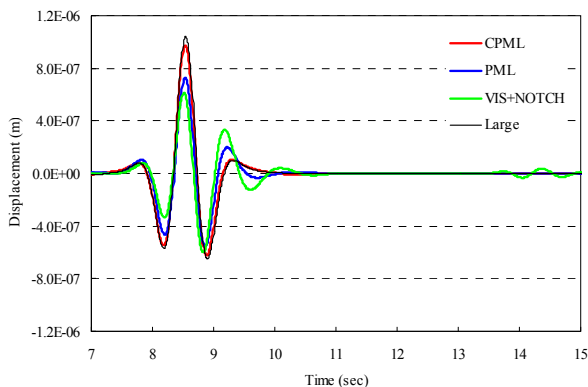


図-18 鉛直応答加速度時刻歴

6. まとめ

これまでのPMLの検討計算例として、Ricker waveletを用いた例しかなく、地震動のような不規則波を入力する例を示していなかった。理由として、PML層を用いた場合には、入力地震動として加速度のみを規定すればよいのではなく、速度時刻歴と変位時刻歴も必要となってくる。一般に用いる設計用の地震動の場合、基本的には加速度波形しか与えられておらず、速度や変位の波形が必要であれば、加速度を積分すること等によって確保しなければならない。しかしながら波形の積分においては、以前より誤差の問題が議論されており、様々な積分法が提案されている。そこで本検討では、提案されている数種類の積分法によって得られた速度および変位波形が、対象モデルにどのような影響を及ぼすのかを確認し、地震動を入力した場合においても有効であることを示し、PMLの有用性を向上させる。またさらに、PMLパラメータや入力方法、表面波の影響を検討し、PMLの有効性を示した。

以上より得られた知見を以下に示す。

- PMLモデルに対して地震動入力を行い、そのモデルの妥当性を示した。
- 積分法の違いにより、応答結果に違いが生じることを示した。
- PMLのパラメータの設定が解析結果に影響を及ぼすことを示し、パラメータ設定の留意点を示した。
- PMLモデルでの地震動入力方式が解析結果に影響を及ぼすのかを検証し、入力方式の妥当性を示した。
- 表面波が解析結果に及ぼす影響を検証し、Convolutional PMLを用いた場合が最も精度のよいことを示した。

謝辞：本研究は、平成16年度文部科学省学術フロンティア推進事業 (日本大学理工学部：継続) 「環境・防災都市に関する研究」 (研究代表者：石丸辰治) の一環として実施したものである。また市販コードにおける入力地震動の取り扱いに関しては、JIPテクノサイエンス(株)の川口和広氏、井上洋氏にご指導いただいた。ここに記して謝意を表す。

参考文献

- 1) (社)日本道路協会：道路橋示方書・同解説 V 耐震設計編，2002.3
- 2) (社)日本港湾協会：港湾の施設の技術上の基準・同解説，2007.
- 3) 宇野州彦，塩尻弘雄，川口和広，仲村成貴，中原知洋，大島貴充：解析手法や境界条件等の違いが地盤-基礎-上部構造物からなる系の動的挙動に与える影響評価，第29回地震工学研究発表会講演論文集，pp.1151-1158，2007.6
- 4) 小倉裕介，岡田太賀雄，西田秀明，運上茂樹：相互作用を考慮した基礎地盤バネの減衰定数に関する考察，

- 第28回地震工学研究発表会講演論文集, pp.1-7, 2005.2
- 5) 土岐憲三, 清野純史, 小野祐輔, 古川愛子: 杭基礎-地盤系における非弾性挙動を考慮した相互作用ばねのモデル化について, 土木学会論文集, No.710/I-60, pp.235-245, 2002.7
 - 6) 齋藤正人, 池亀真樹, 棚村史郎, 渡邊啓行: 複合する非線形条件下における大型基礎の周波数応答特性に関する実験的研究, 土木学会論文集, No.759/I-67, pp.131-142, 2004.4
 - 7) 木村至伸, 河野健二: 非線形性を有する地盤-構造物系の地震応答解析に関する基礎的研究, 構造工学論文集, Vol.47A, pp.599-606, 2001.3
 - 8) 原田隆典, 山下典彦, 坂梨和彦: 地盤との動的相互作用を考慮した道路橋橋脚の周期と減衰定数に関する理論的研究, 土木学会論文集, No.489/I-27, pp.227-234, 1994.4
 - 9) Kunihiro Uno, Hiroo Shiojiri, Kazuhiro Kawaguchi and Masataka Nakamura: Analytical Method, Modeling and Boundary Condition for the Response Analysis with Nonlinear Soil-Structure Interaction, The 14th World Conference on Earthquake Engineering, No.14-0156, 2008.10
 - 10) J. P. Berenger: A Perfectly Matched Layer for the Absorption of Electromagnetic Waves, *Journal of Computational Physics*, **114**, pp. 185-200, 1994.
 - 11) 宇野亨: FDTD 法による電磁界およびアンテナ解析, コロナ社, 1998.
 - 12) Festa, G. and Nielsen, S.: "PML absorbing Boundaries", *Bulletin of Seismological Society of America*, Vol.93, No.2, pp.891-903, 2003
 - 13) Basu U, Chopra A. K.: "Perfectly matched layers for time harmonic elastodynamics of unbounded domains.", *Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.192, pp.1337-1375, 2003.
 - 14) Basu U, Chopra A. K.: "Perfectly matched layers for transient elastodynamics of unbounded domains.", *International Journal for Numerical methods in Engineering* 2004; Vol59, No8, pp.1039-1074, 2004.
 - 15) Basu, U.: Perfectly Matched Layers for Acoustic and Elastic Waves: Theory, Finite-Element Implementation and Application to Earthquake Analysis of Dam-Water Foundation Rock System, *A dissertation*, University of California, Berkeley, 2004.
 - 16) J. Alan Roden, Stephen D. Gedney: Convolutional PML (CPML): An Efficient FDTD Implementation of the CFS-PML for Arbitrary Media, *Microwave and Optical Technology Letters*, pp.1-18, June 2000.
 - 17) Drossaert, F.H. and Giannopoulos, A.: Complex frequency shifted convolution PML for FDTD modeling of elastic waves, *Wave Motion*, 1.44:8, pp.593-604
 - 18) 藤井大地, 植月徳仁, 鈴木克幸, 大坪英臣: ボクセル有限要素法とPML境界を用いた超音波波動伝播解析, *Transactions of JSCEs*, No.20010015, p.8, 2001.
 - 19) 宇野州彦, 塩尻弘雄: 有限要素法を用いた地震応答解析における地盤境界条件への PML の適用, 応用力学論文集, Vol.12, pp.631-641, 2009.8
 - 20) 宇野州彦, 塩尻弘雄: 地盤の境界条件や解析手法が非線形動的相互作用を考慮した構造物の地震時挙動に与える影響, 地震工学論文集, Vol.30, pp.222-235, 2009.12
 - 21) Hiroo SHIOJIRI, Laheman PERHAT, Zu-han LI: Convolutional-PML for Non-linear Analysis of Soil-Structure Interaction, Proceedings of the 8th ICCAE-8 Conference, Military Technical College Kobry El-Kobbah, Cairo, Egypt, 8th International Conference on Civil and Architecture Engineering ICCAE-8-2010, 25-27 May, 2010
 - 22) 宇野州彦, 塩尻弘雄: 速度減衰機構を考慮した Convolutional PML の非線形 FEM 解析への適用, 応用力学論文集, Vol.13, pp.1079-1089, 2010.8
 - 23) 井合進, 倉田栄一, 土田肇: 強震記録のデジタル化と補正, 港湾技研資料, No.286, 1978.3
 - 24) 大崎順彦: 「新・地震動のスペクトル解析入門」, 鹿島出版会
 - 25) M.D.Trifunac: Low frequency digitization errors and a new method for zero baseline correction of strong-motion accelerograms, A Report on Research Conducted Under a Grant From the National Science Foundation, Report No. EERL 70-07, 1970.

(原稿受理2010年7月23日)

DYNAMIC CHARACTERISTICS OF FEM-PML GROUND MODEL -SEISMIC RESPONSE OF INPUT EARTHQUAKE AND INFLUENCE ON SURFACE WAVE-

Kunihiko UNO, Hiroo SHIOJIRI and Jeng-Feng Li

PML(Perfectly matched layer), especially convolution PML is known to have high capability of wave absorption. Unfortunately, it is not possible to input earthquake waves through PML, contrary to viscous damper. A method to inject seismic waves to FEM domain enclosed by convolution PML is proposed. By comparing the numerical results by this method with those by conventional methods, the validity of the proposed method is shown. The effect of each PML parameter is also clarified. Next, convolution PML is applied to long model in numerical simulation of surface wave and its superiority over conventional PML and viscous boundary is demonstrated by numerical results.