

# VOF - 弾塑性FEM連成モデルによる基礎地盤および構造物の 変形解析と破壊メカニズムに関する考察

## Deformation Analysis for Seabed and Structure under Wave Action by VOF-Elasto-plastic FEM Model

熊谷隆宏<sup>1</sup>

Takahiro KUMAGAI

In conventional numerical models on wave-soil coupling problems, soil models are based on Biot's theory on the assumption of linear elasticity of soil. Hence, the evaluation of residual deformation of seabed and structure has been difficult in those models. In this study, an elasto-plastic soil model is proposed for coupling VOF model in order to analyze the residual deformation under wave action. The settlement of structure due to loss of bearing capacity of seabed in liquefaction state is expressed by the proposed model. In addition, it is found that soil is likely to come to plastic or failure condition due to the instability of slope under wave trough and the compressive wave action under wave crest in high rubble-mound cases by application of the model. Accordingly, the behavior of progressive settlement of the structure is analyzed.

### 1. はじめに

構造物の耐波安定性に関して、地盤の波浪応答に関する多くの研究により、基礎地盤の挙動を考慮する必要性が認識されており、既往の研究において、波浪作用下における地盤や構造物の挙動を解析する波と地盤の連成解析モデルが提案されている。例えば、水谷・Mostafa (1997) は、非線形波浪場を解析するBEMとBiot (1941) の2相弾性体理論に基づく地盤のFEMの連成モデルを構築し、混成堤基礎の局所洗掘の発生領域を評価できることを示している。また、波浪-構造物-地盤系の相互作用モデルとして、蔣ら (2000) は、複雑な波動場を解析できる数値波動水路とVoigt型粘弾性体モデルの連成モデルを構築し、高橋ら (2002) はさらに、計算の安定性を考えて $u$ - $\pi$ 形式で表す改良を行い、液状化した地盤と進行に伴って減衰する波の相互作用の解析にも適用可能にしている。

しかしながら、従来の連成モデルでは、地盤を線形弾性体と仮定するBiotのモデルに基づいているため、地盤の有効応力の低下や液状化といった安定性を脅かす要因を評価できるものの、それによって生じる地盤や構造物の残留変形を評価することが困難であった。地盤や構造物の変形により波圧作用特性が変化しうることや、性能設計の観点では、偶発波浪来襲時における安全性と修復性を検討する必要があることから、構造物や地盤の残留変形の定量的な評価が重要である。

本研究では、残留変形を解析するために、弾塑性構成

則に基づく地盤FEMモデルと数値波動水路の連成モデルを提案する。さらに、モデルの適用により、支持地盤の液状化や斜面の不安定性などに伴う変形・破壊メカニズムに関する考察を行うとともに、そうした要因によって生じる構造物や地盤の変形を評価する。

### 2. 地盤の弾塑性モデル

波浪作用により海底面に水圧変動が与えられると、地盤内の間隙水圧は、遅れを伴って変動すると同時に、有効応力が変動する。特に波が谷のときに、海底面に作用する負の動圧力に、間隙水圧の応答が遅れると、正の過剰間隙水圧が発生し、有効応力が低下する。このような地盤の波浪応答のメカニズムを考えると、その解析には、土骨格と間隙水の2相の挙動を扱うモデルが重要である。2相モデルとして、Biotの弾性体モデルが多くの研究で用いられているが、ここでは、Biotのモデルが立脚する原理を示しながら、本研究のモデルについて述べる。

2相モデルは、以下に示す有効応力の原理、ひずみと変位の関係式、土骨格および間隙水の運動量保存則、質量保存則、土骨格の構成則の6原理より導かれる。

#### ① 有効応力の原理

$$\sigma_{ij} = \sigma'_{ij} - p\delta_{ij} \dots\dots\dots(1)$$

ここで、 $\sigma_{ij}$ 、 $\sigma'_{ij}$ はそれぞれ全応力および有効応力、 $p$ は過剰間隙水圧、 $\delta_{ij}$ はクロネッカーのデルタである。

#### ② ひずみと変位の関係式

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(\partial u^s_i / \partial x_j + \partial u^s_j / \partial x_i) \dots\dots\dots(2)$$

ここに、 $\epsilon_{ij}$ ,  $u_i^s$ は固相のひずみと変位である。

④ 土骨格 (固相) の運動量保存則

$$(1-n)\rho_s \ddot{u}_i^s = \partial \sigma'_{ij} / \partial x_j - (1-n)\partial p / \partial x_i + (1-n)\rho_s F_i + \frac{n^2 \rho_w g}{k} (\dot{u}_i^w - \dot{u}_i^s) \quad \dots\dots (3)$$

ここに、 $\rho_s$ は土粒子密度、 $k$ は透水係数、 $n$ は間隙率、 $u_i^w$ は液相の変位、 $g$ は重力加速度、 $F_i$ は物体力を表わす。

④ 間隙水 (液相) の運動量保存則

$$\rho_w \ddot{u}_i^w = -\partial p / \partial x_i + \rho_w F_i - \frac{n \rho_w g}{k} (\dot{u}_i^w - \dot{u}_i^s) \quad \dots\dots (4)$$

⑤ 質量保存則

$$n \partial \dot{u}_i^w / \partial x_i + (1-n) \partial \dot{u}_i^s / \partial x_i + n \dot{p} / \beta = 0 \quad \dots\dots (5)$$

ここに、 $\beta$ は間隙水の体積圧縮率である。

⑥ 土骨格の構成則

土を弾塑性体として扱う場合、応力とひずみの関係は、有効応力とひずみの増分形を用いて表現される。

$$d\sigma'_{ij} = D^{ep}_{ijkl} \cdot d\epsilon_{kl} \quad \dots\dots (6)$$

ここに、 $D^{ep}_{ijkl}$ は弾塑性剛性テンソルである。

土骨格の構成則として基本のモデルは、線形弾性体に対する式(7)のフックの法則である。弾性体では、変形が可逆的であり、過去の応力履歴に影響されずに、応力とひずみの関係が現在の状態だけで一意に定まるため、増分形でなく、応力とひずみが直接関係付けられる。

$$\sigma'_{ij} = \frac{\nu E}{(1-2\nu)(1+\nu)} \epsilon_{kk} \delta_{ij} + \frac{E}{1+\nu} \epsilon_{ij} \quad \dots\dots (7)$$

ここに、 $E$ は弾性係数、 $\nu$ はポアソン比である。

以上が土骨格と間隙水の2相体の挙動を表現する6原理であり、特に、土を線形弾性体で表わすと、Biot (1941, 1956) のモデルを導出できる (Mei, 1983 ; 岡, 2000)。

弾塑性体は、弾性限界を越えて載荷された後に除荷しても、変形の一部が回復しない点を特徴とする。応力変化が弾性域と弾塑性域のいずれで生じるかによってひずみ特性が異なり、過去の応力履歴によって現在の状態が評価されるため、応力-ひずみ関係は、増分形で表現される。弾塑性論では、全ひずみ増分は、弾性ひずみ増分  $d\epsilon_{ij}$  と塑性ひずみ増分  $d\epsilon^p_{ij}$  の和で表される。

$$d\epsilon_{ij} = d\epsilon^e_{ij} + d\epsilon^p_{ij} \quad \dots\dots (8)$$

また、弾塑性モデルは、式(9)の弾性限界を定める降伏条件を表す降伏関数  $f$  と、式(10)の塑性ひずみ増分の発展則 (流れ則) に従って降伏した材料の塑性ひずみ増分の方向を規定する塑性ポテンシャル  $g_p$  を持つ。

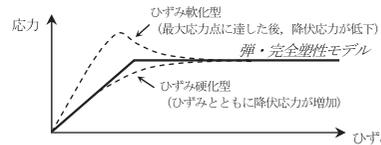


図-1 一般的な土と弾・完全塑性モデルの応力-ひずみ関係

$$f = f(\sigma'_{ij}, \xi(\epsilon^p_{ij})) = 0 \quad \dots\dots (9)$$

$$d\epsilon^p_{ij} = \gamma \partial g_p / \partial \sigma'_{ij} \quad \dots\dots (10)$$

ここに、 $\xi(\epsilon_{ij})$ は材料の硬化-軟化を表すパラメーター、 $\gamma$ は塑性係数とよばれる非負のパラメーターである。

なお、塑性変形の過程では、応力変化後においても、式(9)を満足しながら、応力点が降伏曲面上に存在しなければならないため、降伏関数の全微分はゼロになる。

$$df = (\partial f / \partial \sigma'_{ij}) d\sigma'_{ij} + (\partial f / \partial \xi) (\partial \xi / \partial \epsilon^p_{ij}) d\epsilon^p_{ij} = 0 \quad \dots\dots (11)$$

降伏関数と塑性ポテンシャルを与えると、式(8) - (11)と、式(12)に示す応力増分と弾性ひずみ増分の関係を用いて、式(6)の弾塑性体の応力-ひずみ関係を式(13)のように定式化できる (例えば、松尾ら, 1981 ; 地盤工学会編, 2002)。

$$d\sigma'_{ij} = D^e_{ijkl} (d\epsilon_{kl} - d\epsilon^p_{kl}) \quad \dots\dots (12)$$

$$d\sigma'_{ij} = \left[ D^e_{ijop} - \frac{D^e_{ijkl} f_{mn} D^c_{mnop} g_{kl}}{\{ f_{mn} D^c_{mnpq} - (\partial f / \partial \xi) (\partial \xi / \partial \epsilon^p_{qr}) \} g_{pq}} \right] d\epsilon_{op} \quad \dots\dots (13)$$

$$f_{mn} = \partial f / \partial \sigma'_{mn} ; g_{kl} = \partial g_p / \partial \sigma'_{kl} \quad \dots\dots (14)$$

ここに、 $D^e_{ijkl}$ は弾性剛性テンソルである。

弾塑性解析では、材料の挙動が、弾性、弾塑性のいずれの状態で見られるかの荷重判定を応力変化毎に行い、弾塑性と判定されれば、式(13)の関係、弾性と判定されれば、弾性体の応力-ひずみ関係が用いられる。

弾塑性モデルのうち、図-1のように、応力-ひずみ関係が、弾性と塑性域の2本の直線で表されるものを弾・完全塑性モデルとよぶ。このモデルでは、荷重が小さいときには弾性変形を示し、さらに荷重されて降伏応力に達すると、応力が一定のままで塑性変形が進行する。ひずみ硬化の性質は、緩い砂や正規圧密粘土が示す一方、最大応力点に達した後、降伏応力が低下するひずみ軟化の性質は、密な砂や過圧密粘土が示す (例えば、Das, 1997 ; 岡, 2003)。本研究では、地盤の変形や破壊状態を評価するのに便利な弾・完全塑性モデルを用いる。

弾・完全塑性モデルの塑性ポテンシャルについて、本研究では、Drucker-Pragerモデルを用いる。さらに、降伏関数と塑性ポテンシャルを同一とする関連流れ則を適用し、次のように関数形を与える。

$$f = g_p = -\alpha I_1 + \sqrt{J_2} - \kappa \dots\dots\dots (15)$$

$$I_1 = \sigma_{ii} ; J_2 = s_{ii}s_{ii}/2 ; s_{ii} = \sigma_{ii} - I_1\delta_{ij}/3 \dots\dots\dots (16)$$

ここに、 $\alpha$ は材料定数、 $\kappa$ はせん断降伏応力であり、Mohr-Coulomb式の強度パラメータ $c$ 、 $\phi$ と関連付けることができる。特に中間主応力方向のひずみをゼロとする平面ひずみ条件では、次式で表される(田中ら, 1996)。

$$\alpha = \tan \phi / \sqrt{9 + 12 \tan^2 \phi} ; \kappa = 3c / \sqrt{9 + 12 \tan^2 \phi} \dots\dots\dots (17)$$

基礎方程式(1)-(5)と(13)には、 $u^s$ 、 $u^w$ 、 $p$ の独立変数が含まれる。これらの変数のうち、本研究では、 $u^s$ と $p$ のみで表す $u$ - $p$ 形式を採用する。この定式化では、「固相に対する液相の相対加速度は、固相の加速度に対して小さい」とする仮定が一般に用いられるが、より簡便に、両相の加速度を無視する。すなわち、本モデルは、Biot (1941)のモデルを弾塑性モデルに発展させた形である。

以上述べた弾塑性モデルのFEMモデルと、数値波動水路を連成するモデルを提案する。本研究では、波浪場解析で得られる動圧力を地盤モデルの境界条件として与える手法により、2つのモデルを連成する。ただし、波浪場モデルの動圧力と地盤モデルの過剰間隙水圧の定義を合わせるために、波の圧力変動を境界面における全応力と過剰間隙水圧の変動とみなして、地盤モデルの境界条件を与える。この手法により、水-地盤の境界面において、地盤の有効応力を変化させることなく、波の圧力変動は地盤の間隙水圧変動として伝達される。

3. VOF-弾塑性FEM連成モデルの検証

(1) 進行波に対する地盤の弾性応答

平坦な地盤上を進行波が通過するときの半無限地盤の応答に関して、Yamamotoら(1978)は、Biot(1941)の弾性モデルに対する理論解を導いている。本研究では、波高 $H=2m$ 、周期 $T=8s$ 、水深 $h=8m$ の波浪条件を用いるとともに、表-1の透水係数を変化させる地盤条件に対して、理論解を用いてモデルの検証を行う。なお、弾塑性モデルを常に弾性状態で応答させるために、強度パラメターの粘着力を $100kN/m^2$ と仮想的に大きい条件を与える。

解析された変動間隙水圧の分布例を図-2に示すとともに、図-3に波の各位相において無次元した変動間隙水圧の鉛直分布を示す。解析結果は理論解にほぼ一致し、弾性応答に関するモデルの妥当性が検証された。

表-1 進行波応答解析で与える地盤条件

$n$	$E$ (kN/m <sup>2</sup> )	$\nu$	$\beta$ (kN/m <sup>2</sup> )	$k$ (cm/s)
0.45	$3.0 \times 10^4$	0.33	$5.0 \times 10^4$	$1.0 \times 10^{-1}$ (Case1)
				$1.0 \times 10^{-2}$ (Case2)
				$1.0 \times 10^{-3}$ (Case3)

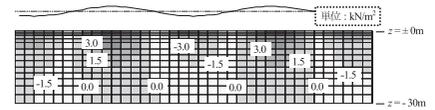


図-2 変動水圧分布解析結果例 (Case2)

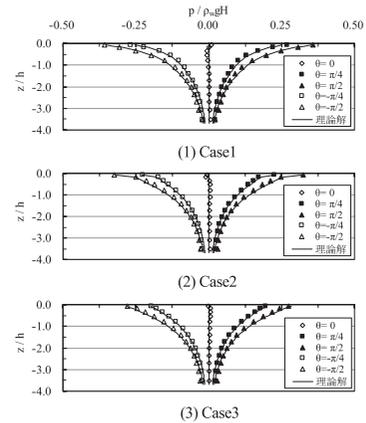


図-3 波の各位相における変動間隙水圧の鉛直分布解析結果

(2) 斜面すべりに関する塑性応答

塑性応答の検証に関しては、円弧すべり解析により、破壊の発生限界を評価できる静的な斜面すべり問題を用いる。図-4のような盛土を設置する条件を対象に、表-2の条件を用いて解析する。なお、弾性係数は、栗林ら(1974)の研究に基づき、拘束圧に応じて変化させる。

$$E = E_0 (\sigma'_m / \sigma'_{m0})^{0.5} \dots\dots\dots (18)$$

ここに、添字0は基準となる値を示す。

内部摩擦角に関しては、盛土に対して $30^\circ$ を与え、地盤に対しては、 $30, 20, 10^\circ$ と仮想的に低下させるケース(Case1-3)を用いる。Case3は、円弧すべり解析において安全率が0.88と評価され、破壊が生じる条件である。

図-5に最大せん断ひずみの解析結果を示す。Case3では、地盤のせん断強度の低下に伴い、円弧すべり面に沿ってせん断ひずみが大きく現れ、破壊状態に至ることが表現されている。また、盛土天端の鉛直変位と斜面中央部の水平変位を図-6, 7に示す。Case3において、すべり

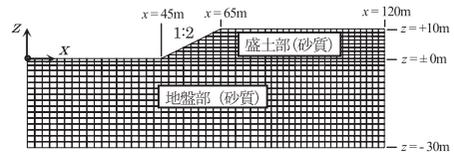


図-4 斜面すべり解析における解析領域

表-2 斜面すべり解析における地盤条件

	$E_0$ (kN/m <sup>2</sup> )	$\sigma'_{m0}$ (kN/m <sup>2</sup> )	$n$	$\nu$	$\beta$ (kN/m <sup>2</sup> )	密度 (kg/m <sup>3</sup> )
地盤	$1.5 \times 10^4$	100	0.45	0.33	$5.0 \times 10^4$	1,800
盛土	$1.0 \times 10^4$					

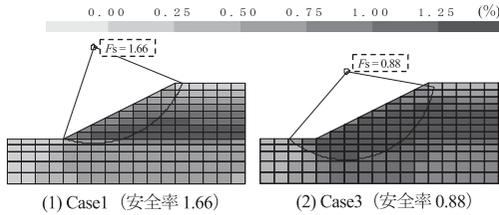


図-5 最大せん断ひずみ分布解析結果

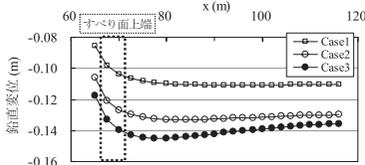


図-6 盛土天端における鉛直変位解析結果

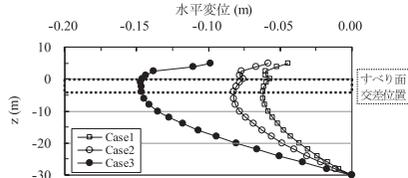


図-7 斜面中央部 (x = 55m) における水平変位解析結果

面の先端近傍で沈下が進行すると同時に、すべり面と交差する斜面中央部で水平変位が増大し、円弧すべりの変形形態が現れていることがわかる。破壊発生条件において、円弧すべり解析の結果と整合する応答が現れることから、モデルが妥当であることがわかる。

#### 4. VOF-弾塑性FEM連成モデルの適用

検証したモデルにより、混成堤と離岸堤を対象に、波浪作用下における基礎地盤と構造物の変形解析を行う。

##### (1) 混成堤のケース

マウンドの高さを変えたモデルケースに対して解析を行う。地盤のFEM解析における解析領域を図-8に示す。入射条件として、波高5.5m, 周期12s, 水深15mを与え、数値波動水路においては、透過構造物のマウンドに対し、空隙率0.43, 慣性力係数1.2, 抗力係数1.0を与える。また、地盤解析条件を表-3に示す。ここでは、波浪作用の影響を受けやすい透水性が低い細砂地盤を想定する。

解析の結果、マウンドが低いケースでは、引き波の負圧作用時に、法先部において鉛直有効応力がゼロとなる液状化が発生すると判定された。

構造物基礎部が液状化すると、高橋ら (1994) の実験に示されるように、支持力が失われ、構造物は地盤に食い込む形で沈下する破壊形態が現れる。本モデルでは、構造物基礎部が液状化したと判定された地盤要素に対し、1.0の圧縮ひずみを強制的に与え、地盤上にある構造物の沈下を表現する。この手法により、図-9のように、液状化に伴う構造物の沈下形態を表現することができた。

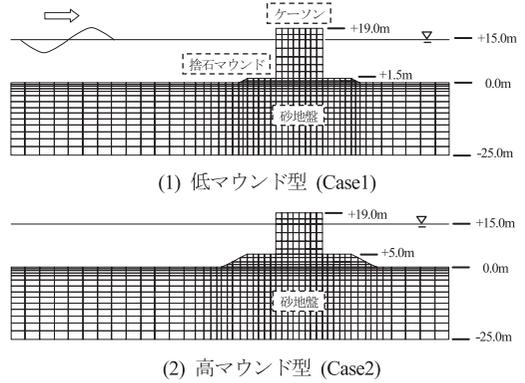


図-8 混成堤のFEM解析における解析領域

表-3 混成堤解析における地盤、捨石およびケーンソンの条件

	$E_0$ (kN/m <sup>2</sup> )	$\sigma'_{m0}$ (kN/m <sup>2</sup> )	$\nu$	$\beta$ (kN/m <sup>2</sup> )	$k$ (cm/s)	$\phi$ ( $^{\circ}$ )	密度 kg/m <sup>3</sup>
地盤	$2.5 \times 10^4$	100	0.33	$5.0 \times 10^7$	$1.0 \times 10^{-3}$	30	2000
捨石	$5.0 \times 10^4$	-	0.33	$1.0 \times 10^8$	10	40	
ケーンソン	$2.3 \times 10^7$	-	0.20	$1.0 \times 10^8$	$1.0 \times 10^{-7}$	-	

一方、高マウンドのケースでは、上載荷重が大きいため、構造物基礎部は液状化しないが、有効応力の変動により斜面の安定性が変動する。解析される鉛直有効応力を用いて、簡易ビショップ法による円弧すべり解析を行うと、図-10に示すように、引き波時に斜面周辺の鉛直有効応力が低下し、安全率が著しく低下する。また、押し波時には、波圧の圧縮作用により土骨格が広く塑性状態になる (図-11)。引き波時の斜面すべりに対する不安定性と押し波時の波圧作用により、図-12のように、マウンド天端では、周期的に沈下・隆起を繰り返しながら残留沈下が増加することが明らかになった。このような進行性の沈下挙動は、下迫ら (2003) のマウンドの支持力破壊実験で観察されたマウンドの沈下挙動に類似している。

##### (2) 離岸堤のケース

離岸堤のFEM解析領域を図-13に示す。入射条件として、波高4m, 周期10s, 水深8mを与える。数値波動水路に関して、捨石のパラメータは、混成堤のケースと同じ値を与え、ブロックについては、空隙率0.5, 慣性力係数1.2, 抗力係数1.0を与える。地盤解析の条件は、表-3と同一に設定する。ブロックについて、弾性係数と内部摩擦角を捨石と同一とし、気中、水中密度をそれぞれ1,130,

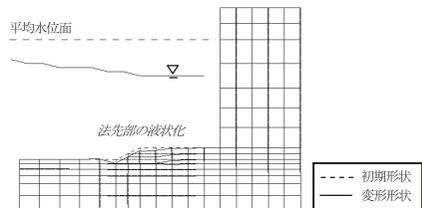


図-9 地盤の液状化に伴うマウンドの変形の解析結果(Case1)

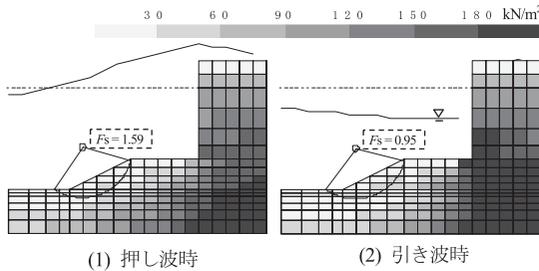


図-10 鉛直有効応力およびすべり安全率の変動(Case2)

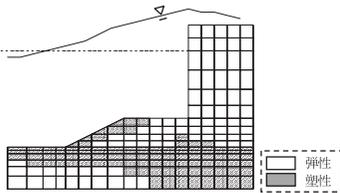


図-11 押し波時における地盤の塑性領域(Case2)

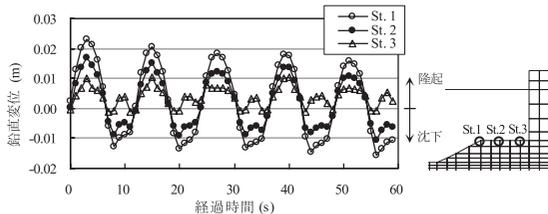


図-12 マウンド天端部の鉛直変位解析結果(Case2)

1,630kg/m<sup>3</sup>, 透水係数を50cm/sに設定する。

解析の結果、高マウンドの混成堤のケースと同様に、引き波時に、有効応力の低下に伴い、前面の斜面がすべりに対して不安定になる一方、押し波時には、波圧作用により、広い範囲で土骨格が塑性状態となることがわかる(図-14)。さらに、図-15に示すように、このような要因により、構造物の天端において、進行性の沈下挙動が現れることが明らかになった。

## 5. おわりに

波浪作用下における基礎地盤および構造物の変形を解析するために、数値波動水路とDrucker-Pragerの弾塑性構成則に基づくFEMモデルの連成モデルを構築し、その妥当性を検証した。モデルにより、支持地盤の液状化に伴う支持力消失型の変形・破壊形態を表現することができた。また、高マウンドや離岸堤のように上載荷重が大きいケースでは、斜面すべりの不安定性や波圧の圧縮作用に起因して、土骨格が塑性や破壊状態になるとともに、進行性の沈下挙動が現れることを明らかにした。

なお、本研究で搭載した構成則は、簡便な弾塑性構成則であり、土骨格のひずみ硬化・軟化や、繰返しせん断による過剰間隙圧の蓄積等の特性を考慮できるものではない。今後、地盤の挙動をより本質的に捉えられるようにモデルを高度化していくことが重要と考えられる。

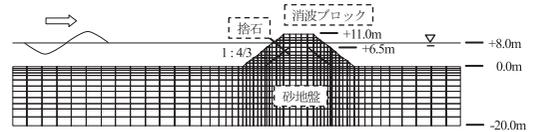


図-13 FEM解析領域(離岸堤ケース)

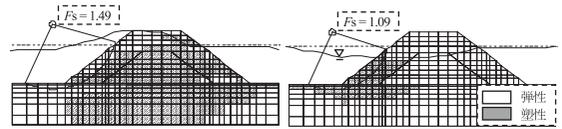


図-14 土骨格の塑性領域および円弧すべり安全率

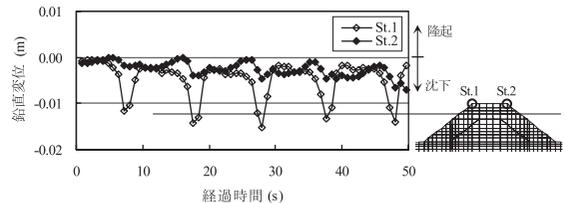


図-15 離岸堤天端部の鉛直変位解析結果

## 参考文献

- 岡二三生(2000): 地盤の弾粘塑性構成式, 森北出版, pp.157-161.
- 岡二三生(2003): 土質力学, 朝倉出版, pp.55-61.
- 栗林栄一ら(1974): 土の動的変形特性-共振土質試験機による測定, 土研資料, 912号, 建設省土木研究所.
- 地盤工学会編(2002): 地盤の変形解析-基礎理論から応用まで-, 地盤工学会, pp.39-64.
- 下迫健一郎・土田 孝・増田慎太郎・渡部要一・藤井 敦(2003): 混成防波堤におけるマウンド支持力破壊に関する大規模水理模型実験, 海洋開発論文集, Vol.19, pp.499-504.
- 蔣勤・高橋重雄・村西佳美・磯部雅彦(2000): 波・地盤・構造物の相互作用に関するVOF-FEM予測モデルの開発, 海岸工学論文集, 第47巻, pp.51-55.
- 高橋重雄・下迫健一郎・山本 悟・三浦祐信(1994): 液状化した地盤の消波に関する基礎実験, 海岸工学論文集, 第41巻, pp.611-615.
- 高橋重雄・鈴木高二朗・村西佳美・磯部雅彦(2002): 波・地盤・構造物の相互作用に関するU- $\pi$ 形式VOF-FEM(CADMAS GEO-SURF)の開発, 海岸工学論文集, 第49巻, pp.881-885.
- 田中忠次・鶴飼恵三・河邑 眞・阪上最一・大津 宏(1996): 地盤の三次元有限要素解析, 丸善, pp.47-61.
- 松尾 稔・木村 孟・太田秀樹(1981): 新体系土工学19, 土の力学(IV), 技報堂出版, pp.18-33.
- 水谷法美・A.M. Mostafa(1997): 波の非線形性を考慮した混成堤基礎地盤の波浪応答に関する研究, 海岸工学論文集, 第44巻, pp.926-930.
- Biot, M.A(1941): General Theory of three dimensional Consolidation, J. Appl. Phys., 12, pp.155-164.
- Biot, M.A(1956): Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid, J. Acst Soci. America, Vol.2, pp.168-178.
- Das, B.M.(1997): Advanced Soil Mechanics, Taylor, pp.313-397.
- Mei, C.C.(1983): The applied dynamics of ocean surface waves, Wiley, New York, pp.673-705.
- Yamamoto, T., H.L. Koning, H. Sellmeijer and EP van Hijum(1978): On the response of a poro-elastic bed to water waves, J.F.M., Vol. 87, Part 1, pp.193-206.