

## 炭素繊維シートにより補強された脆性体構造要素の損傷破壊解析\*

田中英紀<sup>\*1</sup>, 都井裕<sup>\*2</sup>  
前田一成<sup>\*3</sup>, 酒井貴洋<sup>\*4</sup>Damage and Failure Analysis of Brittle Structural Elements  
Reinforced by Carbon Fiber SheetHidenori TANAKA, Yutaka TOI<sup>\*5</sup>, Kazunari MAEDA and Takahiro SAKAI<sup>\*5</sup> Institute of Industrial Science, University of Tokyo,  
4-6-1 Komaba, Meguro-ku, Tokyo, 153-8505 Japan

A constitutive equation for elasto-plastic damageable solids is formulated by using Drucker-Prager's equivalent stress to analyze the damage failure behavior of concrete structural elements reinforced with carbon fiber sheets. The formulated constitutive equation is implemented in the two-dimensional finite element program to simulate the experimental results. The constitutive equation is identified by using the uniaxial, compressive and tensile test results for concrete and carbon fiber sheets. The finite element analyses are carried out for real-scaled cantilever RC slabs with and without carbon fiber sheets. The calculated results are compared with the experimental results to illustrate the validity of the proposed method of analysis.

**Key Words:** Computational Mechanics, Structural Analysis, Brittle Fracture, Damage Mechanics, Finite Element Method, Carbon Fiber Sheet, Concrete Structures

## 1. はじめに

工学・工業における代表的脆性材料の一つであるコンクリートは、その耐久性、成形性、経済性などの利点を生かし、多くの場合引張側に鉄筋を配置した鉄筋コンクリート(RC)構造として、建物、橋脚、トンネルなどの社会資本をはじめ、原子炉格納容器、使用済核燃料貯蔵容器(キャスク)などの原子力関連機器にも利用されてきた。近年、これらのコンクリート構造物の耐震補強、劣化補修、はく落防止などを目的として、炭素繊維シートをコンクリート表面にエポキシ樹脂で貼付する工法が注目されている<sup>(1)-(4)</sup>。炭素繊維シートは、炭素繊維を一方向に配列し樹脂を含浸させたコンクリート補修・補強材料であり、軽量(鋼の約1/5)、高強度(鋼の約10倍)、高弾性(鋼と同程度)、高耐久性(腐食しない)などの特長を有するとともに施工も容易である。この工法の発展性を考慮すると、炭素繊維シ

ートにより補強されたコンクリート構造要素の強度・耐久性に対する解析的評価法の早期確立が望まれる。

RC構造の解析モデルとして従来から、弾塑性モデル、コンクリートのひび割れ特性に着目した分散ひび割れ<sup>(5)</sup>や離散ひび割れモデルなどが提案されてきた。他方、金属材料を主対象として連続体損傷力学<sup>(6)</sup>(以下、損傷力学と略称)の適用が進んでいる。損傷力学においては、損傷変数  $D$  と呼ばれる内部状態変数と、これと共役関係にあるひずみエネルギー開放率  $Y$  を導入することにより、力学的な劣化度を表現しており、材料試験や構造物レベルでの静的・動的耐力解析だけでなく、原理的には疲労破壊や予寿命予測にまで適用可能な力学体系として期待されている。損傷力学のコンクリートへの適用については、RCラーメン構造<sup>(7)</sup>、単繊維補強コンクリート<sup>(8)</sup>および高強度コンクリート<sup>(9)</sup>などを対象としていくつかの研究が行われており、その有用性も認識される傾向にある。

また炭素繊維シートは、その高強度性より通常は線形弾性体として扱われているが、炭素繊維シートにより補強されたコンクリート構造要素の極限強度評価や寿命予測のためには、コンクリート同様、炭素繊維シートに対しても損傷力学に基づくモデル化を適用することが有効と考えられる。

\* 原稿受付 2005年8月10日。

<sup>\*1</sup> 東京大学大学院工学系研究科(☎153-8505 東京都目黒区駒場4-6-1)。<sup>\*2</sup> 正員、フェロー、東京大学生産技術研究所。<sup>\*3</sup> 五洋建設(株)土木設計部(☎112-8576 東京都文京区後楽2-2-8)。<sup>\*4</sup> 五洋建設(株)技術研究所。

E-mail: toi@iis.u-tokyo.ac.jp

本研究では、炭素繊維シートにより補強されたコンクリート構造要素の耐力・寿命解析を行う解析手法の確立を最終目的として、損傷力学に基づく解析コードの作成と解析精度の実験的検証を実施する。損傷力学モデルをコンクリートと炭素繊維シートに適用するに当たり、特にコンクリートの圧縮強度と引張強度の相違を考慮するために、Drucker-Prager の相当応力を用いて二次元弾塑性損傷構成式を定式化し、二次元有限要素解析プログラムにインプリメントした。単軸圧縮および単軸引張下の材料試験結果から材料パラメータを同定し、炭素繊維シート貼付補強の有無による2種類のRC板試験体の耐力解析に適用し、実験結果と解析結果を比較することにより、解析モデルの有用性を確認した。

以下、2章では弾塑性損傷構成方程式の定式化と同定、3章では炭素繊維シートを貼付しない場合とした場合のRC構造要素の静的載荷実験、4章では有限要素解析結果と実験結果の比較について述べる。最後の5章は結論である。

2. 弾塑性損傷構成方程式の定式化と同定

2.1 弾塑性損傷構成方程式 材料の散逸ポテンシャルは、塑性ポテンシャルと損傷ポテンシャルの和として次式のように表現される<sup>(6)</sup>。

$$F = F_p(\sigma, \gamma; D) + F_D(Y; p, D) = \bar{\sigma}_{eq} - \gamma - \sigma_y + \frac{S_1}{(S_2+1)(1-D)} \left( \frac{Y}{S_1} \right)^{S_2+1} \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 $F_p$  は塑性ひずみの成長に関するポテンシャルであり、有効応力  $\sigma$ 、塑性硬化パラメータ  $\gamma$  およびスカラー損傷変数  $D$  の関数である。また、 $F_D$  は損傷の発展に関するポテンシャルであり、ひずみエネルギー開放率  $Y$ 、相当塑性ひずみ  $p$  および損傷変数  $D$  の関数である。

構成方程式の定式化を行うに当たり、降伏関数を次式のように仮定する。

$$f = F_p = \bar{\sigma}_{eq} - \gamma - \sigma_y = 0 \dots\dots\dots (2)$$

$$\bar{\sigma}_{eq} = \sigma_{eq} / (1 - D) \dots\dots\dots (3)$$

$$\sigma_{eq} = \alpha I_1 + (J_2)^{1/2} \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 $\bar{\sigma}_{eq}$  は Drucker-Prager の相当有効応力、 $\sigma_y$  は降伏応力、 $\alpha$  は材料パラメータ、 $I_1$  は応力の第1不変量、 $J_2$  は偏差応力の第2不変量である。

塑性状態では、式(2)の降伏関数を塑性ポテンシャルとし、損傷を含む降伏曲面上では次式が成立する。

$$df = \left( \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right)^T d\sigma + \frac{\partial f}{\partial \gamma} d\gamma + \frac{\partial f}{\partial D} dD = 0 \dots\dots (5)$$

また、塑性ひずみ増分  $d\epsilon_p$ 、相当塑性ひずみ増分  $dp$  は次式で与えられる。

$$d\epsilon_p = d\lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma} = d\lambda \frac{\partial F_p}{\partial \sigma} \dots\dots\dots (6)$$

$$dp = -d\lambda \frac{\partial F_p}{\partial \gamma} \dots\dots\dots (7)$$

ここに、 $d\lambda$  は比例係数である。

弾塑性状態における全ひずみ増分は、弾性ひずみ増分と塑性ひずみ増分の和であるので、有効応力増分は次のように表される。

$$d\sigma = C d\epsilon = C(d\epsilon - d\epsilon_p) = C d\epsilon - C d\lambda \frac{\partial F_p}{\partial \sigma} \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 $C$  は応力・ひずみマトリックスであり、 $d\epsilon$  および  $d\epsilon_p$  はそれぞれ弾性ひずみ増分と塑性ひずみ増分である。また、塑性硬化パラメータとその増分は、次式のように仮定する。

$$\gamma = K p^n \dots\dots\dots (9)$$

$$d\gamma = n K p^{n-1} dp = H dp = H d\lambda \dots\dots\dots (10)$$

ここに、 $K$  および  $n$  は材料定数であり、損傷変数の増分は次式により求める。

$$dD = d\lambda \frac{\partial F}{\partial Y} = d\lambda \frac{\partial F_D}{\partial Y} \dots\dots\dots (11)$$

式(8)、(10)および式(11)を式(5)に代入し、比例係数  $d\lambda$  について解くと次式が得られる。

$$d\lambda = \frac{\left( \frac{\partial F_p}{\partial \sigma} \right)^T C}{H + \left( \frac{\partial F_p}{\partial \sigma} \right)^T C \frac{\partial F_p}{\partial \sigma} - \frac{\sigma_{eq}}{1-D} \frac{\partial F_D}{\partial Y}} d\epsilon \dots\dots\dots (12)$$

式(12)を式(8)に代入すると、次のような有効応力増分とひずみ増分の関係が得られる<sup>(10)(11)</sup>。

$$d\sigma = \bar{C} d\epsilon = C \left[ 1 - \frac{\frac{\partial F_p}{\partial \sigma} \left( \frac{\partial F_p}{\partial \sigma} \right)^T C}{H + \left( \frac{\partial F_p}{\partial \sigma} \right)^T C \frac{\partial F_p}{\partial \sigma} - \frac{\sigma_{eq}}{1-D} \frac{\partial F_D}{\partial Y}} \right] d\epsilon \dots\dots\dots (13)$$

ここに、 $\bar{C}$  は弾塑性損傷を考慮した有効応力・ひずみマトリックスである。応力増分とひずみ増分の関係は次式により表される。

$$d\sigma = (1 - D) d\sigma - \sigma dD = D_{epa} d\epsilon \dots\dots\dots (14)$$

ここに、 $D_{epa}$  は応力増分とひずみ増分を関係付ける弾塑性損傷を考慮した接線形の応力・ひずみマトリックスであり、具体的には次式のように表記できる。

$$D_{epd} = \left[ (1-D)C - \left\{ (1-D)C \frac{\partial F_p}{\partial \sigma} + \sigma \frac{\partial F_D}{\partial Y} \right\} \times \frac{\left( \frac{\partial F_p}{\partial \sigma} \right)^T C}{H + \left( \frac{\partial F_p}{\partial \sigma} \right)^T C \frac{\partial F_p}{\partial \sigma} - \frac{\sigma_{eq}}{1-D} \frac{\partial F_D}{\partial Y}} \right] \dots\dots\dots (15)$$

損傷発展方程式については、本研究では以下の式を用いる<sup>(6)</sup>。

$$dD = \left( \frac{Y}{S_1} \right)^{S_2} dp \dots\dots\dots (16)$$

ここに、 $S_1$  と  $S_2$  は材料定数で、相当塑性ひずみの増加とともに損傷が進展すると仮定されている。また、ひずみエネルギー開放率  $Y$  は、ヤング係数  $E$  と相当応力  $\sigma_{eq}$  により次式のように表される。

$$Y = \frac{\sigma_{eq}^2}{2E(1-D)^2} \dots\dots\dots (17)$$

**2.2 材料パラメータの決定** 構成方程式に使用するコンクリートの材料定数を、図1と図2に示す単軸圧縮および単軸引張試験結果から、カーブフィッテ

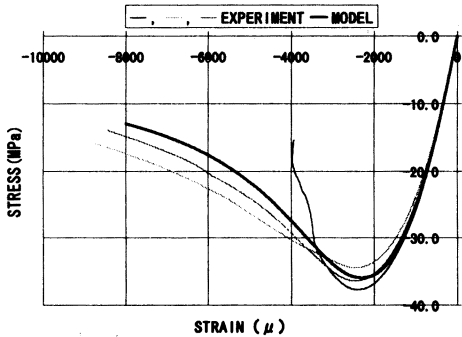


Fig. 1 Compressive stress-strain curves for concrete

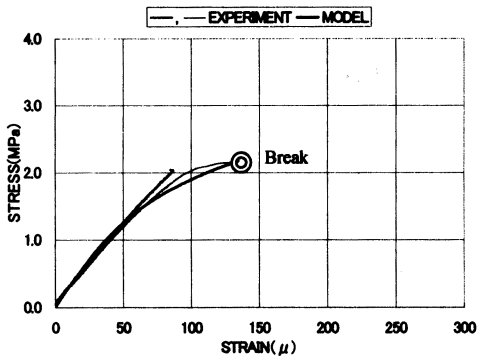


Fig. 2 Tensile stress-strain curves for concrete

ィングの手法により表1に示すように決定した。なお、応力およびひずみの符号は引張側を正、圧縮側を負としており、表中の  $\epsilon_{pd}$  および  $D_{cr}$  は損傷発生時の塑性ひずみとメソクラックが発生する限界損傷変数を表す。すなわち、相当ひずみが  $\epsilon_{pd}$  を超えると式(16)に従って損傷が進展し、損傷変数が  $D_{cr}$  に達すると材料は破断して応力成分は解放される。以後は  $D_{cr} = 0.99$  と仮定されて、計算が続行される。なお、 $D_{cr}$  は材料試験における破断点と対応するように決定している。図1と図2からわかるように、同定された応力-ひずみ曲線(図中の「モデル」)は、材料試験結果と全体的に良好に対応している。

続いて、図3に示すような単軸引張試験結果から、炭素繊維シートの材料定数を表2に示すように決定した。また鉄筋(SR 235, 直径 13 mm)については、損傷・破壊を考慮する必要性は予想されないことから弾塑性体と仮定し、表3に示すような材料定数を用い

Table 1 Material constants for concrete

E(Young's modulus)	30.0 × 10 <sup>3</sup> MPa
ν (Poisson's ratio)	0.17
α	0.72
σ <sub>y</sub> (yield stress)	0.75 MPa
K(plastic hardening)	40.0 MPa
n(plastic hardening)	0.215
S <sub>1</sub>	0.215 × 10 <sup>3</sup> MPa
S <sub>2</sub>	1.55
ε <sub>pd</sub>	0.00
D <sub>cr</sub>	3.13 × 10 <sup>-5</sup>

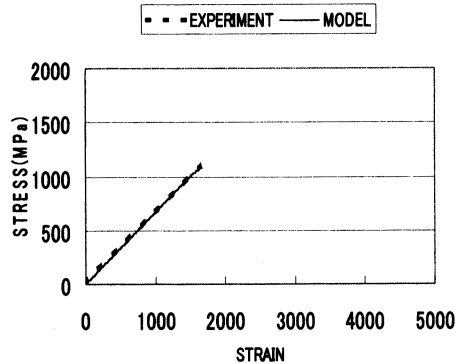


Fig. 3 Tensile stress-strain curves for carbon fiber sheet

た。

### 3. コンクリート構造要素の静的載荷実験

実験対象とした片持 RC 板構造の概略を図 4 に示す。片持板と支持部から成り、いずれも鉄筋により補強されている。片持 RC 板の上面に炭素繊維シートを接着して補強した場合と無補強の場合の 2 ケースについて、図 4 に示すような寸法の大形試験体を作製し、

Table 2 Material constants for carbon fiber sheet

E(Young's modulus)	668.0 × 10 <sup>3</sup> MPa
ν (Poisson's ratio)	0.0
α	0.0
σ <sub>y</sub> (yield stress)	900.0 MPa
K(plastic hardening)	1700.0 MPa
n(plastic hardening)	0.0975
S <sub>1</sub>	0.0285 MPa
S <sub>2</sub>	1.755
ε <sub>pd</sub>	0.00
D <sub>cr</sub>	0.011283

Table 3 Material constants for steel bar

E(Young's modulus)	205.0 × 10 <sup>3</sup> MPa
ν (Poisson's ratio)	0.3
α	0.0
σ <sub>y</sub> (yield stress)	345.0 MPa
K(plastic hardening)	0.12 × 10 <sup>-4</sup> MPa
n(plastic hardening)	0.12

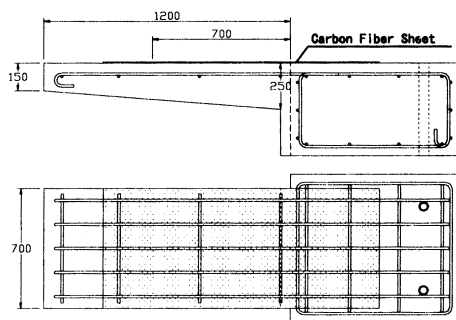


Fig. 4 Test specimen [mm]

図 5 に概略を示すような載荷装置で鉛直下方に曲げ載荷した。

炭素繊維シート補強無および補強有の両試験により得られた荷重-変位(図 5 における載荷点変位)曲線を図 6 に、最終的な破壊状況を図 7 と図 8 に示す。補強無の場合は、約 24 kN の荷重で、板上面の根元部および根元部と荷重点の中間付近の 2 箇所にクラックが発生し、荷重の増大とともに板の深さ方向に進展し、最終的には図 7 に示すように、これらのクラックが片持板の下面まで到達した破壊状況を呈した。他方、補強有の場合は、荷重 30 kN 付近で炭素繊維シートとコンクリートの境界面近傍に微細なひび割れが発生した。その後、板根元部の上面から下面に向かってクラックが進展し、荷重 77 kN で根元部の炭素繊維シ-

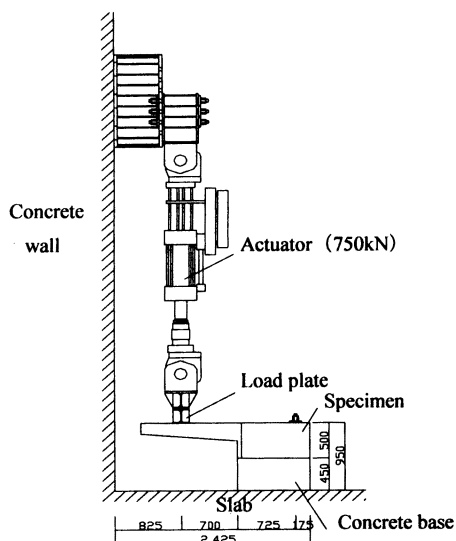


Fig. 5 Loading apparatus [mm]

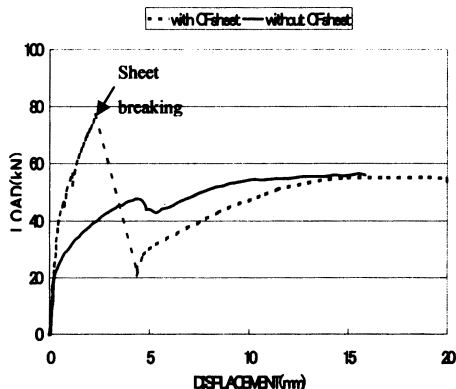


Fig. 6 Load-displacement curves

トが破断して図8に示す最終状況を迎えた。

#### 4. 有限要素解析結果と実験結果の比較

4章では、2章で提示した弾塑性損傷構成方程式を二次元(平面ひずみ)有限要素解析プログラム<sup>(12)</sup>に組込んで、3章で述べた2種類の試験体の解析を行い、実験結果と対比した。荷重は図5に示す集中荷重であり、境界条件としてコンクリート基部の下面および側面の変位を固定した。

コンクリートと炭素繊維シートは弾塑性損傷体としてモデル化し、それぞれ表1および表2に示す材料定数を用いた。鉄筋は、表3に示す材料定数を有する弾塑性体と仮定し、図4に示す上部水平鉄筋のみを、図9に示すように等価な剛性を有する薄い平板層(厚さ0.19mm)としてモデル化し<sup>(5)</sup>、コンクリートとの界面は完全固着(変位が連続)と仮定した。

解析結果として、損傷変数の値が限界値  $D_{cr}$  に達した領域の分布を図10と図12に、荷重・変位曲線を図11と図13に示す。後者は直接、実験結果と比較している。

炭素繊維シート補強無の場合は図10に示すように、主たる根元の縦クラックのみならず根元からやや離れた2本めの縦クラックについても、その発生個所が図7に示した実験結果とよく対応しており、クラック発生荷重も実験の24kNに対して27kN(図11の◇印)であり、これもほぼ対応していることがわかる。

また、クラックが鉄筋を貫通する際に鉄筋に150MPa程度の高応力が発生することが、解析結果において確認され、RC構造物のクラックと鉄筋の定性的な関係を良好に再現できることがわかった。しかしながら図10に示すように、解析では鉄筋に沿った上下

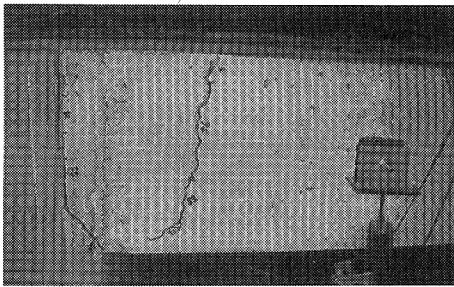


Fig. 7 Fracture of test specimen without carbon fiber sheet

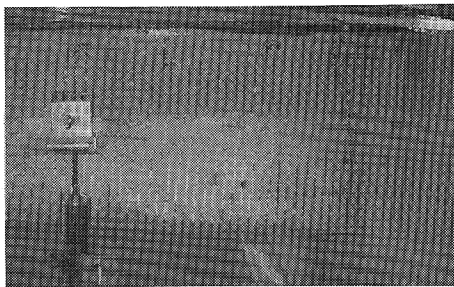


Fig. 8 Fracture of test specimen with carbon fiber sheet

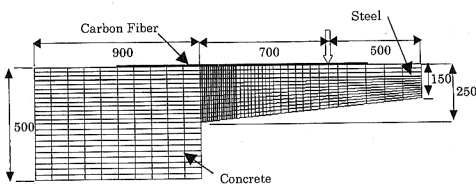


Fig. 9 Finite element model [mm]

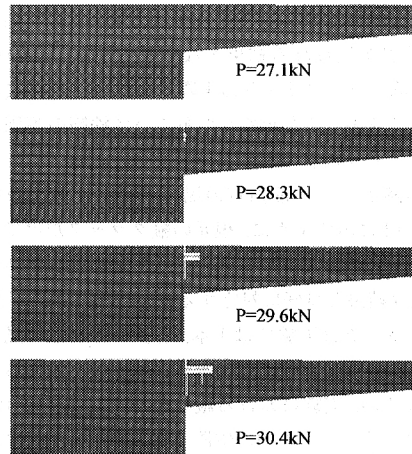


Fig. 10 Damage distribution (without carbon fiber sheet)

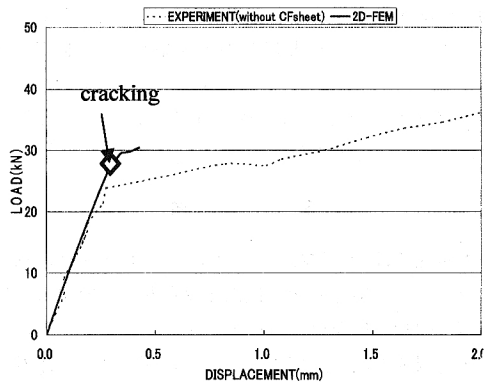


Fig. 11 Load-displacement curves (without carbon fiber sheet)

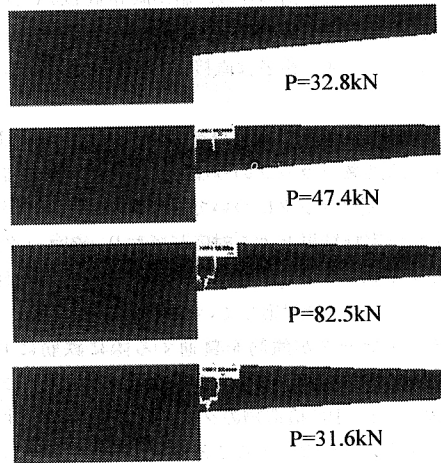


Fig. 12 Damage distribution  
(with carbon fiber sheet)

のコンクリート要素にクラックが発生し、部材軸方向への進展が見られる結果となった。この点については、鉄筋とコンクリートの実際の付着特性とは異なる可能性もあり、二次元モデルあるいは鉄筋の等価剛性を仮定した本解析モデルの課題と考えている。

炭素繊維シート補強有の場合の解析結果については、図12に示すように、根元の縦クラックだけでなく炭素繊維シート下面のコンクリートひび割れについても、実験結果と良好に対応する結果が得られた。根元の縦クラックは実験では1本、解析では2本が見られる。この相違には鉄筋のモデル化が影響していると考えられるが、実験における縦クラックは解析による2本の縦クラックの中間に位置しており、総体的には良好な対応と判断される。

また荷重-変位曲線においても、図13に示すように、炭素繊維シートが破断後、急激に荷重が低下する脆性的な破壊挙動を示す実験結果を良好に再現することができた。さらに、最大耐荷力も実験値の77 kNに対して82.5 kNとなり、良好に対応した。なお、図11および図13ともに、ほぼ構造崩壊した時点で計算を打ち切っていることを付言しておく。

## 5. 結 論

本研究では、炭素繊維シートにより補強された鉄筋コンクリート構造要素の損傷破壊解析に、損傷力学に基づく弾塑性損傷構成方程式をインプリメントした二次元有限要素法を適用した。その結果、以下の知見および課題が得られた。

(1) Drucker-Pragerの相当応力を用いた弾塑性

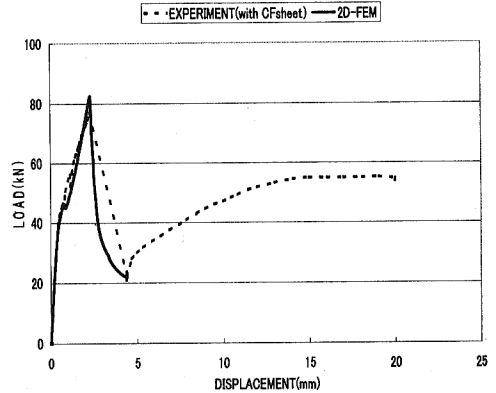


Fig. 13 Load-displacement curves  
(with carbon fiber sheet)

損傷構成式により、コンクリートおよび炭素繊維シートの応力-ひずみ関係を良好に同定することが可能である。

(2) 計算された損傷分布図は、RC板におけるクラック進展を良好に再現しており、炭素繊維シートにより補強されたコンクリート構造要素の損傷度評価に損傷力学モデルが効果的であることがわかる。特に、炭素繊維シート下面のコンクリートひび割れが解析的に評価されたことは、本解析法の有用性を示している。

(3) 今回の解析では、等方性損傷、鉄筋の等価剛性および二次元平面ひずみ状態などを仮定したが、荷重-変位曲線についても実験結果とおおむね良好に対応していた。さらなる精度向上および一般化のためには、異方性損傷の導入、多軸応力下の材料試験結果に基づく精密な同定などが必要と考えられる。

(4) コンクリート構造物には、延命化・長寿命化を目的とした補修・補強が今後不可欠な技術となる。より合理的なメンテナンスを行うためには、化学的な経時劣化、地震や疲労等による力学的累積損傷あるいは、これらの連成挙動を定量的に把握することが重要である。本研究の次の課題として、炭素繊維シート補強されたコンクリート構造要素の疲労損傷評価、残存強度評価などに取り組む予定である。

本研究のコンクリート構造体の各実験において、試験体の作成から荷重まで協力を受けたペンタテクノサービス(株)、炭素繊維シートの提供を受けた日鉄コンポジット(株)、炭素繊維シート補強方法に対する助言を受けた(株)トクヤマに謝意を表す。

## 文 献

- (1) Lee, H. S. et al., Finite Element Analysis of Effect of CFRP Sheet on Flexural Performance of RC Beam, *Proceedings of the Japan Concrete Institute*, Vol. 18, No. 1 (1996-7), pp. 1065-1070.
- (2) Liu, Yuqing. et al., Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Members Strengthened with Carbon Fiber Sheets, *Proceedings of the Japan Concrete Institute*, Vol. 20, No. 3 (1998-7), pp. 1-6.
- (3) Murata, K. et al., Mechanic Characteristic of RC Beam Strengthened with Carbon Fiber Sheets under Dynamic Load, *Proceedings of the 47th Science Council of Japan Materials Research Conference*, (2003-10), pp. 29-30.
- (4) Abe, T. et al., Research of Mechanic Characteristic of RC Beam Strengthened with CFS and its Rehabilitation Effect, *Proceedings of the 53rd National Congress of Theoretical & Applied Mechanics*, (2004-1), pp. 215-216.
- (5) Polak, M. A. and Vecchio, F. J., Nonlinear Analysis of Reinforced-Concrete Shells, *Journal of Structural Engineering, ASCE*, Vol. 119, No. 12 (1993), pp. 3439-3462.
- (6) Lemaitre, J., *A Course on Damage Mechanics*, 2nd ed., (1990), p. 95, Springer.
- (7) Cipollina, A. et al., A Simplified Damage Mechanics Approach to Nonlinear Analysis of Frames, *Computers and Structures*, Vol. 54, No. 6 (1995), pp. 1113-1126.
- (8) Peng, X. and Meyer, C., A Continuum Damage Mechanics Model for Concrete Reinforced with Randomly Distributed Short Fibers, *Computers and Structures*, Vol. 78, No. 4 (2000), pp. 505-515.
- (9) Al-Gadhib, A. H. and Baluch, M. H., Damage Model for Monotonic and Fatigue Response of High Strength Concrete, *International J. of Damage Mechanics*, Vol. 9 (2000), pp. 57-78.
- (10) Toi, Y. et al., Element-Size Independent Elasto-Plastic Damage Analysis of Framed Structures, *Transaction of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol. 67, No. 653 (2001), pp. 8-15.
- (11) Toi, Y. and Lee, J. G., Element-Size Independent Analysis of Elasto-Plastic Damage Behaviors of Framed Structures, *ICCSA2005, Lectures Notes in Computational Science*, 3483 (2005), p. 1055, Springer.
- (12) Owen, D. R. J. and Hinton, E., *Finite Elements in Plasticity : Theory and Practice*, (1980), p. 223, Pineridge Press Limited.