

# 設計波周期の設定法の提案

関本恒浩\*・花山格章\*・片山裕之\*\*・清水琢三\*\*\*

## 1. はじめに

港湾・海岸構造物の設計に際し、波高・周期・潮位といった波浪の条件を適切に選定することは、安全性を十分確保しつつ、経済的かつ合理的な設計を行うという観点から必要不可欠である。設計波高に関しては、観測データや波浪推算結果を用いた極値統計解析による確率波高の算定法が確立した手法として一般的に用いられている。これに対し設計波周期の設定には、波高の極値資料とそれに対応する周期との相関関係から直線回帰式により検討する方法や、常時波浪資料に包絡線をあてはめて推定するものなどがあるが、現地波浪場の波高と周期の結合特性を客観的に評価する手法としては確立されていない。

そこで、本研究では木村(1979)により、個々波の波高と周期の結合確率分布として提案された2次元Weibull分布に着目し、極値あるいは常時の波高資料とそれらに対応する周期資料を結びつけることによる設計波周期の設定方法を提案する。また、太平洋側の地点の観測データを使用し、従来より用いられている方法との比較を行う。

## 2. 2次元 Weibull 分布

波高と周期の出現特性は、対象とする地点の地域性があり、これらある程度柔軟に対応づける必要がある。一方、木村(1979)により個々波の波高と周期の結合確率分布として提案された2次元Weibull分布は2変数間の相関を適切に評価できること、あてはめ自由度が高いことなどの特長をもっており、代表波高と周期の結合確率分布としての適用可能性が十分に考えられる。そこで、極値あるいは常時の波高データとそれに対応する周期データへの適用を試みた。ただし、この場合に2次元Weibull分布のもつ相関特性がデータの相関特性を表現可能かどうかの物理的根拠は明確ではない。また、本研究では確率波高を対象とする場合、その選択された確率

分布がWeibull分布の時のみ適用することとした。2次元Weibull分布は、次式で表される。

$$f(h, t) = \frac{mn}{4\alpha} h^{m-1} t^{n-1} \exp\left[-\frac{1}{2\alpha}(\phi_h h^m + \phi_t t^n)\right] \times I_0\left(\frac{h^{m/2} t^{n/2}}{\alpha} \rho\right) \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 $h, t$ は基準化された2変数、 $\alpha, \phi_h, \phi_t$ は正規化係数であり、 $\rho$ は相関係数に関するパラメータ、 $m, n$ はそれぞれ $h$ および $t$ に対するWeibull分布の形状母数で、 $I_0$ は変形ベッセル関数である。また、正規化係数は次式で与えられる。

$$\alpha = \phi_h \phi_t - \rho^2 = \phi_h \phi_t \left[1 - \left(\frac{\rho}{\sqrt{\phi_h} \sqrt{\phi_t}}\right)^2\right] \dots\dots (2)$$

$$\phi_h = \frac{1}{2} \left[\Gamma\left(\frac{1+m}{m}\right)\right]^{-m} \dots\dots\dots (3)$$

$$\phi_t = \frac{1}{2} \left[\Gamma\left(\frac{1+n}{n}\right)\right]^{-n} \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 $\Gamma(\ )$ はガンマ関数を表す。また、相関に関するパラメータ $\rho$ は2変数間の相関係数 $\gamma$ と次式で関連づけられている。

$$\gamma = \frac{\Gamma\left(\frac{1+m}{m}\right)}{\sqrt{\Gamma\left(\frac{2+m}{m}\right) - \Gamma\left(\frac{1+m}{m}\right)^2}} \times \frac{\Gamma\left(\frac{1+n}{n}\right)}{\sqrt{\Gamma\left(\frac{2+n}{n}\right) - \Gamma\left(\frac{1+n}{n}\right)^2}} \times \left\{F\left(-\frac{1}{m}, -\frac{1}{n}; 1; \frac{\rho^2}{\phi_h \phi_t}\right) - 1\right\} \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 $F$ は超幾何関数を示す。さらに、基準化された変数 $h$ あるいは $t$ は、生のデータ $x, y$ と極値解析あるいは最尤法によるあてはめによって求められる母数 $A_x, B_x, A_y, B_y$ と次のように関係付けられる。

$$\gamma = \frac{x - B_x}{A_x \Gamma\left(\frac{1+m}{m}\right)}, \quad t = \frac{y - B_y}{A_y \Gamma\left(\frac{1+n}{n}\right)} \dots\dots (6)$$

\* 正会員 工修 五洋建設(株)技術研究所  
 \*\* 正会員 工修 横浜国立大学助手 工学部建設学科  
 \*\*\* 正会員 工修 五洋建設(株)企画部

### 3. 設計波周期の設定法

#### 3.1 極値データを使用する方法

この方法は波高の極値データとそれに対応する周期のデータを用いて設計波周期を設定するものである。まず、波高の周辺分布には極値統計解析手法に基づいて選定された確率密度関数を用い、続いて周期については最尤法を用いて3母数 Weibull 分布にあてはめ、周辺分布を決定する。これらの結果と両者の相関係数に関するパラメータから2次元 Weibull 分布により極大波高と周期の結合確率分布を求める。したがってこの方法では極大波高発生時の波高と周期の関係を直接的に結びつけられる。なお、この方法について以下では極値データによる方法と呼ぶこととする。

#### 3.2 極大波高発生時の周期のばらつきを考慮する方法

この手法は極大波発生時付近の周期のばらつきを便宜的に考慮するもので、極大波発生時の波高と周期の他に、その周辺時刻における周期の観測値もデータに加える。このとき、加えた周期データに対応する波高としては極大波高値を与えるものとする。これは、極大波高発生時に必ずしも長い周期となるとはかぎらないことに配慮したもので、波浪データの特性として波高の変化が小さいにも関わらず、周期にばらつきが生じる場合を想定したものである。この方法は波高の周辺分布については3.1と同様に極値データのみを使用し、極値統計解析手法に基づいて選定された確率密度関数を用いる。また、周期の周辺分布については選択した全データを使用し、3母数 Weibull 分布にあてはめ、最尤法により母数の推定を行う。波高と周期の相関についても選択した全データを用いて決定し、2次元 Weibull 分布により極大波高と周期の結合確率分布として表示する。なお、ここではこの方法を拡張極値データによる方法と呼ぶこととする。

#### 3.3 常時波浪データを使用する方法

この方法は常時波浪における波高と周期の関係が設計波に対しても保持されるとする考えから、設計波周期の設定を行うものである。この方法では常時の波高データおよび周期データをそれぞれ3母数 Weibull 分布にあてはめることで周辺分布とし、最尤法により母数の推定を行う。続いて、推定された母数および波高と周期の相関係数をもとに2次元 Weibull 分布に適用することで波高と周期の結合確率分布を推定する。また、周期はある波高に対して非常に広い分布幅を持つこと、波高が大きいところで必ずしも長くはならないことなどの特性を持つことから常時波浪を使用することにより現地の波高・周期特性を良好に再現すると考える。なお、ここではこの方法を常時データによる方法と呼ぶこととする。

### 3.4 周期の発生確率

上述した3つの方法によりそれぞれ推定される波高と周期の結合確率分布から、周期の出現特性はある波高が生起したときの条件付き確率として表現する。すなわち、ある波高に対して周期が Weibull 分布を持つてばらつくものとする。周期の超過確率を  $n\%$  に設定することにより  $n\%$  の確率で出現する周期が得られる。設計波周期は、この発生確率  $n\%$  を適切に設定することにより与えられるものとする。本研究では  $n\%$  の超過確率で出現する周期を  $n\%$  発生確率周期と呼ぶこととする。

## 4. 観測データを使用した検討

### 4.1 観測データ

太平洋側のある地点における観測データの有義波高・有義波周期を使用して上述した3つの設計波周期の設定法の検討を行った。本研究で使用したデータについて表一に示す。ここで、 $H_{1/3max}$  は最大有義波高  $T_{1/3max}$  は最大有義波高時の有義波周期、 $H_{1/3mean}$  は有義波高の平均値、 $T_{1/3mean}$  は有義波周期の平均値である。極値データについては23年間のデータから上位30波を選択したものと、合田ら(1998)にならい抽出したものの2種類を用意した。ただし、合田ら(1998)にならって作成したデータについては機械的にデータの抽出を行い、欠測の考慮は行っていない。また、拡張極値データは極値データにその前後6時間の周期データを加えたものとした。図一に拡張極値データの波高に対する周期のばらつきを示す。図中の○印は極大波高発生時の周期、△印と▽印はそれぞれ前後6時間での最大周期、最小周期を表す。周期のばらつき幅は最大で3.6秒、最小で0.3秒であった。極大波高発生時の周期に対する各時刻の周期の比の平均は0.948、標準偏差は0.085であった。したがって、このケースにおける周期のばらつきは大きいとはいえない。常時データについては、全データを使用して確率分布を推定した場合、小波高時のデータに分布が引張られ、高波高時に相当大きな周期を与える結果となる。また、設計条件を決めるにあたり、比較的高波浪時の波高と周期の関係を考慮したいこと、低波浪(静穏)条件では周期の出現特性が大きくばらつき2次元 Weibull 分布へのあてはめ精度に影響を与えることなどから、足切り値を設定することとした。本研究においては、常時波浪デー

表一 検討に使用したデータ

	波数	年数	$H_{1/3max}$	$T_{1/3max}$	$H_{1/3mean}$	$T_{1/3mean}$
極値データ	30	23	8.36	10.70	6.21	11.37
極値データ	440	22	8.36	10.70	3.80	9.06
拡張極値データ	192	23	8.36	10.70	6.21	10.78
常時データ	13367	5	5.92	10.10	1.68	7.71

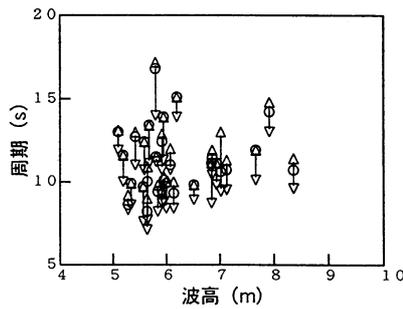


図-1 極値時系列データの周期のばらつき

タに対する足切り値を1mに設定し、それ以上の波高データおよびそれに対応する周期データを使用して常時波浪データとした。

4.2 2次元 Weibull 分布への適合性

表-2に、3.1~3.3の方法により求められた2次元 Weibull 分布の各係数を示す。図-2に、3方法における周期の周辺分布および観測データの頻度分布を示す。周辺分布と頻度分布との適合度は良好であり、2次元 Weibull 分布により周期の確率分布特性がよく表現できることがわかる。

次に、波高データと周期のデータの相関特性が2次元 Weibull 分布で表現可能かどうか調べた。図-3は極値データ(440波)を使用し、 $H_{1/3}=4m$ の波高段階における観測周期の頻度分布と条件付き確率分布を比較したものである。両者の対応は、使用したデータ数を考慮すると比較的良好であるといえる。図-4に波高段階ごとの50%発生確率周期と観測データの平均周期の相関を示す。4データともに両者は良い対応を示す。以上の結果から3方法ともに2次元 Weibull 分布の適用は十分に可能であると判断される。

4.3 波高と周期の相関

図-5には4種類のデータに3.1~3.3の方法を用いて求められた結合確率分布、 $n\%$ 発生確率周期およびそれぞれのデータの分布を示す。 $n\%$ 発生確率周期は極値データ、拡張極値データについては確率波高に対する値を常時データについてはそれぞれの波高における値をプロットしている。上位30個の極値データを使用した結果は高波高時に周期の増大傾向がやや大きくなっている。

表-2 2次元 Weibull 分布の係数

	波 高			周 期		
	$m$	$A$	$B$	$n$	$A$	$B$
極値データ (30波)	1.40	1.29	5.04	1.81	1.29	5.04
極値データ (440波)	1.00	0.88	2.92	1.72	3.13	6.28
拡張極値データ	1.40	1.29	5.04	2.18	4.77	6.56
常時データ	1.13	0.70	1.01	2.26	3.75	4.40

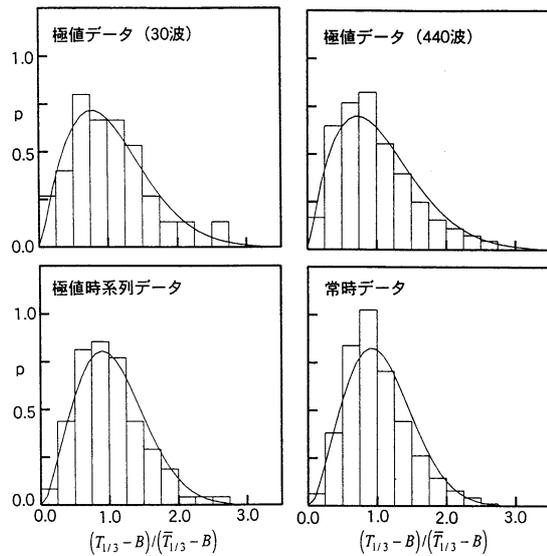


図-2 周辺分布

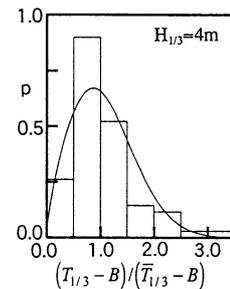


図-3 条件付き確率分布

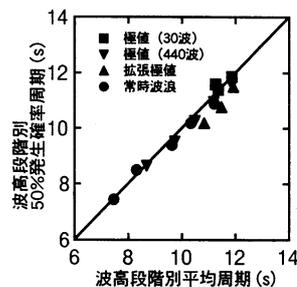


図-4 平均周期と50%発生確率周期の比較

同じく極値データで440個を使用した場合には、高波高時の周期増大がやや頭打ちの傾向を示している。拡張極値データの場合も同様に30波の極値データに比べてやや頭打ちの傾向がみられる。極値データ(30波)はデータ数が少ないことにより長期の再現期間の確率波高に対する周期の推定精度が低下すると考えられるが、再現期間100年程度であれば大きな差異はない。拡張極値データを用いた場合、波高と周期の相関が高くなり、右上が

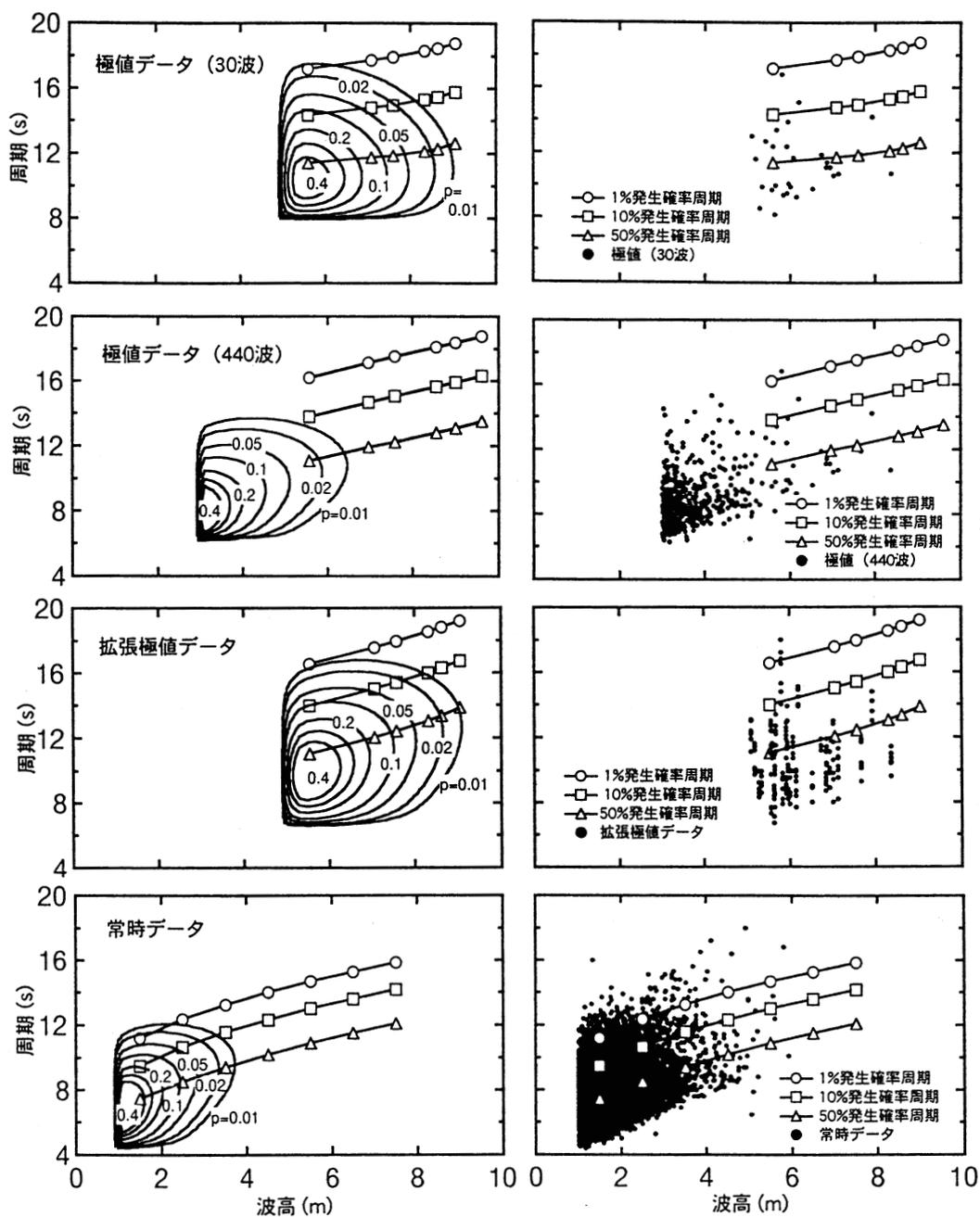


図-5 確率分布, n%発生確率周期および各データの分布

りの勾配が急になる傾向がみられ周期が若干大きく設定される。本研究で用いたデータでは、極大波高発生時付近の周期のばらつきは大きくなかったが、極値データ(30波)を使用したときの結果と比較すると50%発生確率周期で再現期間の長い確率波高時には約1秒程度長くなっている。したがって、周期のばらつきの大きいデータを扱う場合にはこのような方法による検討も有効と考えられる。常時データの場合は高波高時の周期増大の頭打ち傾向がはっきりと現れている。当然ではあるが、発生確

率の低い周期は他の方法と比較すると小さい値となっている。この方法を用いる場合、n%発生確率を小さめに設定すれば観測データの包絡値代表させることが可能と考えられる。

#### 4.4 従来の方法との比較

現在、設計周期の設定において一般的に用いられている手法は、波高の極値データとそれに対応する周期の関係を直線回帰式から求め、確率波高値に対する周期を決定する方法である。図-6に前出の極値データ2種類を

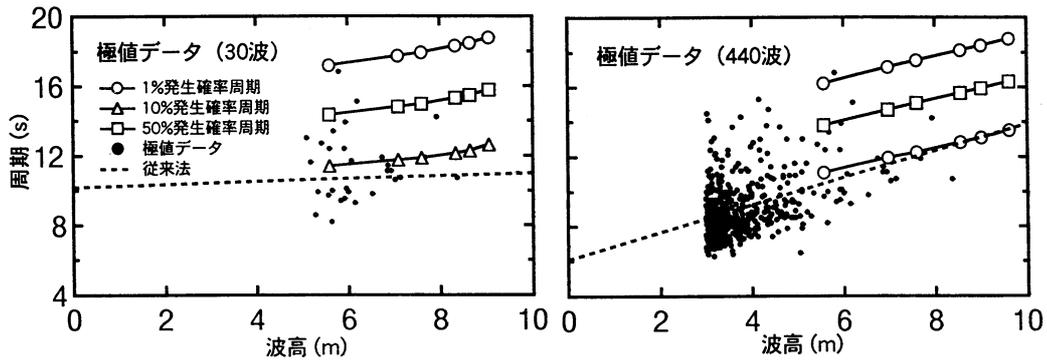


図-6 従来法による回帰直線, n%発生確率周期および各データの分布

使用し、極値データの分布、従来の方法により求められた直線回帰式、本研究により提案したn%発生確率周期をそれぞれ示す。波高と周期の平均的な関係を表す従来の方法により求められた直線回帰式は、本研究で提案した方法の50%発生確率周期とほぼ対応する。したがって、図-4と同様の結果が得られたことから波浪データに対する2次元Weibull分布の適用可能性がこの図からも再確認された。表-3に30年確率波高および50年確率波高に対する従来法による周期とn%発生確率周期の値を示す。従来法の結果は使用したデータ数の違いにより30年確率および50年確率ともに2秒程度の違いがある。これに対して2次元Weibull分布を用いた方法では1%発生確率周期、10%発生確率周期、50%発生確率周期ともにその差は1秒以下である。このことから、周辺分布と相関特性が適切に評価できる程度のデータ数があれば、比較的安定した設計波周期の設定が可能と考えられる。

5. おわりに

本研究では代表波高とそれに対応する周期の結合確率分布を2次元Weibull分布により表し、設計波周期の設定を行う方法を提案した。観測データを使用した結果、

表-3 従来法による周期とn%発生確率周期の比較

	極値 (30波)		極値 (440波)	
	30年	50年	30年	50年
確率波高 (m)	8.32	8.64	8.55	8.99
従来法 (s)	10.8	10.9	12.8	13.1
1%発生確率周期 (s)	18.3	18.4	18.1	18.4
10%発生確率周期 (s)	15.3	15.5	15.6	15.9
50%発生確率周期 (s)	12.1	12.3	12.8	13.1

2次元Weibull分布の代表波高と周期への適用性が確認された。

また、今回提案した方法は設計波周期の設定だけでなく、設計潮位や高潮偏差に対しても適用可能である。これにより、波高・潮位・偏差の関係をそれぞれ2次元Weibull分布で表し、相互関係を確率的に取り扱うことが可能である。

参考文献

木村 晃 (1979): 不規則波の波高・周期の結合確率特性について, 土木学会論文報告集, 第286号, pp. 53-63.  
 合田良実・小長谷 修・永井紀彦 (1998): 極値波浪統計の母分布関数に関する実証的研究, 海岸工学論文集, 第45巻, pp. 211-215.

