

平面波浪場評価手法に関する研究 —基礎方程式の導出および基本的特性の検証—

金山 進*

要 旨

波浪場を正確に把握することは、構造物の諸元・設計条件、周辺海域の地形変化などを検討する上で重要である。技術研究所海岸海洋グループでは、最新の設備・手法の導入によって水理実験の技術的基盤整備を進める一方、数値モデルによる波浪評価技術の開発にも取り組んでおり、「数値波動水槽」と称するべき波浪シミュレーションシステムの構築を目指している。本研究では、上記システムの根幹とすべく、屈折・回折・反射、浅水変形、砕波、さらには2次的な現象としてのサーフビート、水位上昇、海浜流の発生といった現象の全てを同時に取り扱うことができる非線形強分散多層波動方程式を新たに開発した。本報は、方程式の導出過程、線形分散特性および2次非線形干渉の整合性、数値計算方法および精度検証結果について報告するものである。

1. はじめに

平面波浪場の計算手法には近年ますます高い精度が要求されつつあり、重み付残差法や変分原理に基づいて流速、圧力あるいは速度ポテンシャルなどの変量を複数成分連成させた高精度の波動モデルがいくつか提案されている(灘岡・中川¹⁾、後野²⁾、磯部³⁾)。これらはいずれも対象とする波浪場に相応しい鉛直分布形状を基本成分とすることにより少ないモード数で高い精度を得ることが可能である。しかし、基本モードとして全水深で連続な関数を用いているため、平面波浪モデルとしての性格上当然のことともいえるが、没水鉛直壁や没水平板型の境界条件を取り込むことが不可能であり、進行波と著しく鉛直分布形状が異なる散乱モードの表現は困難である。

本研究では、鉛直方向に連続な基本モードを用いずに各深度の流速自体を多成分の構成要素とする多層モデルによる非線形分散平面波浪場解析方法を提案するとともにその基本的適用性について検討した。

2. 基礎方程式

多層モデルの基礎方程式は、静水深 h を N 層に分割(静水面直下を第1層、最下層を第 N 層とする)し、鉛直方向に積分された連続式(1)および渦無し条件に基づいて変形されたオイラーの方程式(2)を各層の平均水平流速 u_n を用いて表示することによって得られる。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla \int_{-h}^{\eta} u \, dz = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla (\mathbf{u} \cdot \mathbf{u} + w^2) + g \nabla \eta \\ = -\nabla \int_z^{\eta} \frac{\partial w}{\partial t} \, dz' \quad \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

ここで、 η は水位、 \mathbf{u} は水平2方向の流速ベクトル、 w は鉛直流速、 g は重力加速度、 z は静水面を0とし上向きにとった鉛直座標、添え字 s は水表面 $z = \eta$ での値であることを意味し、 $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$ は水平方向の微分演算子である。

(1) 流速鉛直分布の表示

まず、鉛直流速 w は層毎に傾きを変える線形の鉛直分布を有するものと仮定し、連続の条件を用いて以下のように表す。

$$w(z) = -\sum_{i=n+1}^N d_i \nabla \cdot \mathbf{u}_i - (h_n + z) \nabla \cdot \mathbf{u}_n - u_b \cdot \nabla h \quad \dots\dots\dots (3)$$

ただし、 z は第 n 層に属するものとし、 $w(z)$ は鉛直流速、 d_n は層厚、 h_n は第 n 層下端までの深さ、 \mathbf{u}_n は水平流速の層内鉛直平均値であり、 u_b は海底での水平流速である。

水平流速 \mathbf{u} は式(3)を用いて渦無しの条件を海底から深度 z まで積分して以下のように表示される。

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(z) = \mathbf{u}_n + \frac{1}{6} (d_n^2 - 3(h_n + z)^2) \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}_n) \\ + \frac{1}{2} (d_n - 2(h_n + z)) \left[\sum_{i=n+1}^N \nabla (d_i \nabla \cdot \mathbf{u}_i) \right. \\ \left. + \nabla h_n \nabla \cdot \mathbf{u}_n + \nabla (u_b \cdot \nabla h) \right] \quad \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

* 技術研究所

(2) 連続式

上記の表現で連続式 (1) を書き換えると以下のようになる。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \sum_{i=1}^N \nabla (d_i \mathbf{u}_i) + \nabla (\eta \mathbf{u}_1) - \nabla \left[\frac{1}{2} \eta (d_1 + \eta) \left\{ \sum_{i=1}^N \nabla (d_i \nabla \cdot \mathbf{u}_i) + \nabla (\mathbf{u}_b \cdot \nabla h) \right\} \right] + \frac{1}{6} \nabla [\eta (d_1^2 - \eta^2) \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}_1)] = 0 \quad \dots (5)$$

(3) 運動方程式

同様にオイラーの方程式 (2) を書き換え、各層で鉛直平均すると以下のようになる。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \mathbf{u}_n}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla (\mathbf{u}_s \cdot \mathbf{u}_s + w_s^2) + g \nabla \eta \\ & = \nabla \left[\eta \sum_{i=1}^N d_i \nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{u}_i}{\partial t} + \frac{1}{2} (\eta^2 \nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{u}_1}{\partial t}) \right. \\ & \quad \left. + \eta \frac{\partial \mathbf{u}_b \cdot \nabla h}{\partial t} \right] + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^N \nabla (d_i d_j \nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{u}_j}{\partial t}) \\ & \quad + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{2} \nabla (d_i^2 \nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{u}_i}{\partial t}) + \sum_{i=n+1}^N \frac{1}{2} d_n \nabla (d_i \nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{u}_i}{\partial t}) \\ & \quad - \sum_{i=n+1}^N (\nabla h_{n-1}) d_i \nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{u}_i}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla (d_n^2 \nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{u}_n}{\partial t}) \\ & \quad - \frac{1}{6} d_n^2 \nabla (\nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{u}_n}{\partial t}) - \frac{1}{2} d_n \nabla h_n \nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{u}_n}{\partial t} \\ & \quad + \sum_{i=1}^{n-1} \nabla (d_i \frac{\partial \mathbf{u}_b \cdot \nabla h}{\partial t}) + \frac{1}{2} d_n \nabla (\frac{\partial \mathbf{u}_b \cdot \nabla h}{\partial t}) \\ & \quad - (\nabla h_{n-1}) (\frac{\partial \mathbf{u}_b \cdot \nabla h}{\partial t}) \quad \dots (6) \end{aligned}$$

ただし、水表面における流速 \mathbf{u}_s は式 (4) を $z = \eta$ まで外挿して

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_s & = \mathbf{u}_1 + \frac{1}{6} d_1^2 \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}_1) - \frac{1}{2} \eta^2 \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}_1) \\ & \quad - \left(\frac{1}{2} d_1 + \eta \right) \left[\sum_{i=1}^N \nabla (d_i \nabla \cdot \mathbf{u}_i) + \nabla (\mathbf{u}_b \cdot \nabla h) \right] \quad \dots (7) \end{aligned}$$

で与え、鉛直流速 w_s は水表面での運動学的条件 (8) によって与える。

$$w_s = \frac{\partial \eta}{\partial t} + \mathbf{u}_s \cdot \nabla \eta \quad \dots (8)$$

水位 η と N 層の平均流速 $\{\mathbf{u}_n\}$ に海底流速 \mathbf{u}_b を加えた $N+2$ 個の未知数に対して連続式 (5) と N 本の運動方程式 (6) では $N+1$ 個の条件式しか与えられず、もう一つの条件が必要となるが、水平流速の鉛直分布を表す式 (4) において $n = N$ 、 $z = -h$ として与えられる海底流速が \mathbf{u}_b に等しいことを表す式 (9) が $N+2$ 個めの条件となる。

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_b & = \mathbf{u}_N + \frac{1}{6} d_N^2 \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}_N) \\ & \quad + \frac{1}{2} d_N [\nabla (\mathbf{u}_b \cdot \nabla h) + (\nabla h) \nabla \cdot \mathbf{u}_N] \quad \dots (9) \end{aligned}$$

運動方程式 (6) においては N 個の層平均流速が分散項を介して互いに影響を及ぼし合っているが、第 n 層の流速に対する第 i 層の流速の寄与が直接的に表現できる式 (10) の形で運動方程式を表示すると取扱いが容易となる。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \mathbf{u}_n}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla (\mathbf{u}_s \cdot \mathbf{u}_s + w_s^2) + g \nabla \eta \\ & = \nabla \left[\eta \sum_{i=1}^N d_i \nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{u}_i}{\partial t} + \frac{1}{2} (\eta^2 \nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{u}_1}{\partial t}) \right. \\ & \quad \left. + \eta \frac{\partial \mathbf{u}_b \cdot \nabla h}{\partial t} \right] + \sum_{i=1}^N \alpha_{n,i} \nabla (\nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{u}_i}{\partial t}) \\ & \quad + \sum_{i=1}^N \beta_{n,i} \nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{u}_i}{\partial t} + \gamma_n \nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{u}_b}{\partial t} + \delta_n \frac{\partial \mathbf{u}_b}{\partial t} \quad \dots (10) \end{aligned}$$

ここで、第 n 成分の分散項における第 i 成分の寄与を表す係数 $\alpha_{n,i}$ および $\beta_{n,i}$ は以下のように 4 つの部分に分けると表示が容易である。

$$\alpha_{n,i} = \alpha 1_{n,i} + \alpha 2_{n,i} + \alpha 3_{n,i} + \alpha 4_{n,i} \quad \dots (11)$$

$$\begin{aligned} \alpha 1_{n,i} & = 0 & (n \leq 1) \\ & = \sum_{m=1}^{n-1} d_m d_i & (n > 1, i > n-1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & = \sum_{m=1}^{i-1} d_m d_i & (n > 1, i \leq n-1) \quad \dots (12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha 2_{n,i} & = 0 & (n \leq i) \\ & = \frac{1}{2} d_i^2 & (n > i) \quad \dots (13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha 3_{n,i} & = 0 & (n \geq i) \\ & = \frac{1}{2} d_n d_i & (n < i) \quad \dots (14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha 4_{n,i} & = 0 & (n \neq i) \\ & = \frac{1}{3} d_i^2 & (n = i) \quad \dots (15) \end{aligned}$$

$$\beta_{n,i} = \beta 1_{n,i} + \beta 2_{n,i} + \beta 3_{n,i} + \beta 4_{n,i} \quad \dots (16)$$

$$\begin{aligned} \beta 1_{n,i} & = 0 & (n \leq 1) \\ & = \sum_{m=1}^{n-1} \nabla (d_m d_i) & (n > 1, i > n-1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & = \sum_{m=1}^{i-1} \nabla (d_m d_i) & (n > 1, i \leq n-1) \quad \dots (17) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta 2_{n,i} & = 0 & (n \leq i) \\ & = d_i \nabla d_i & (n > i) \quad \dots (18) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta 3_{n,i} & = 0 & (n \geq m) \\ & = \frac{1}{2} d_n \nabla d_i - d_i \nabla h_{n-1} & (n < i) \quad \dots (19) \end{aligned}$$

$$\beta_{4n,i} = 0 \quad (n \neq i)$$

$$= d_i \nabla d_i - \frac{1}{2} d_i \nabla h_i \quad (n=i) \dots (20)$$

第 n 成分に対する海底流速 u_b の寄与を表す係数 γ_n と δ_n は以下の通りである。

$$\gamma_n = \sum_{m=1}^{n-1} (d_m \nabla h) + \frac{1}{2} d_n (\nabla h) \dots (21)$$

$$\delta_n = \sum_{i=1}^{n-1} \nabla (d_i \nabla h) + \frac{1}{2} d_n \nabla (\nabla h) - (\nabla h_{n-1}) \cdot (\nabla h) \dots (22)$$

なお、水平床を仮定すれば底面流速 u_b を未知数とする必要がなくなり、式(3.1.25)が条件式から除外され、 $N+1$ 個の未知数に対する $N+1$ 個の方程式のセットとなる。分散項についても $\beta_{n,i}$ 、 γ_n および δ_n の項は 0 となり方程式はかなり簡潔になる。

(4) 没水平板型の境界条件について

没水平板型の境界は以下のようにして取り扱うことができる。第 nB 層の下端、すなわち $z = -h_{nB}$ の深度に水平板があるものとする

$$w(-h_{nB}) = 0 \dots (23)$$

なる条件が付加されるが、平板直下の圧力 p_B を新たな未知数とすることで条件式と未知数の数が一致する。

平板よりも上層に対しては運動方程式 (6) はそのまま適用されるが、下層に対してはオイラーの方程式 (2) の右辺を

$$-\nabla \left[\frac{p_B}{\rho} + \int_z^{-h_{nB}} \frac{\partial w}{\partial t} dz - g \eta \right] \dots (24)$$

に置き換えて得られる次式を用いることになる。

$$\frac{\partial u_n}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla (u_B \cdot u_B + w_B^2) + \nabla \left(\frac{p_B}{\rho} \right)$$

$$= \sum_{i=nB+1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^N \nabla (d_i d_j \nabla \cdot \frac{\partial u_j}{\partial t})$$

$$+ \sum_{i=nB+1}^{n-1} \frac{1}{2} \nabla (d_i^2 \nabla \cdot \frac{\partial u_i}{\partial t}) + \sum_{i=n+1}^N \frac{1}{2} d_n \nabla (d_i \nabla \cdot \frac{\partial u_i}{\partial t})$$

$$- \sum_{i=n+1}^N (\nabla h_{n-1}) d_i \nabla \cdot \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla (d_n^2 \nabla \cdot \frac{\partial u_n}{\partial t})$$

$$- \frac{1}{6} d_n^2 \nabla (\nabla \cdot \frac{\partial u_n}{\partial t}) - \frac{1}{2} d_n \nabla h_n \nabla \cdot \frac{\partial u_n}{\partial t}$$

$$+ \sum_{i=1}^{n-1} \nabla (d_i \frac{\partial u_b}{\partial t} \cdot \nabla h) + \frac{1}{2} d_n \nabla (\frac{\partial u_b}{\partial t} \cdot \nabla h)$$

$$- (\nabla h_{n-1}) (\frac{\partial u_b}{\partial t} \cdot \nabla h) \dots (25)$$

ここで u_B は平板直下での水平流速であり、式 (4) で $n=nB$ 、 $z=-h_{nB}$ として与えられる。また、圧力 p_B は平板端部においては通常点での諸量を用いて以下のように表せる

$$\frac{p_B}{\rho} = -\eta \sum_{i=1}^N d_i \nabla \cdot \frac{\partial u_i}{\partial t} - \frac{1}{2} (\eta^2 \nabla \cdot \frac{\partial u_1}{\partial t})$$

$$- \eta \frac{\partial u_b}{\partial t} \cdot \nabla h - \sum_{i=1}^{nB} \sum_{j=i+1}^N \nabla (d_i d_j \nabla \cdot \frac{\partial u_j}{\partial t})$$

$$- \sum_{i=1}^{nB} \left\{ \frac{1}{2} \nabla (d_i^2 \nabla \cdot \frac{\partial u_i}{\partial t}) + d_i \nabla \cdot \frac{\partial u_b}{\partial t} \right\} + g (\eta + h_{nB})$$

$$+ \frac{1}{2} (u_s \cdot u_s + w_s^2 - u_B \cdot u_B + w_B^2) \dots (26)$$

3. 基礎方程式の諸性質

1次元水平床の条件下での基礎方程式の分散関係および非線形性に対する精度を検証するため、Nwogu⁴⁾に倣って、基礎方程式に対してストークス流の摂動を施して得られる解をストークス波理論のものと比較する。ただし、Nwoguは非線形特性の検討に際して周波数の異なる2成分の波の2次干渉波を取り扱っているのに対して、ここでは単一成成分波の2次波を対象とする。

水位 η および流速 u_n を微小量 ϵ のべき関数として以下のように表現する。

$$\eta = \sum_{p=1}^{\infty} \epsilon^p \eta^{(p)} \cos p \psi, \quad u_n = \sum_{p=1}^{\infty} \epsilon^p u_n^{(p)} \cos p \psi \dots (27)$$

また、位相速度も現象の大きさに応じて変化することを考慮し、偏角 ψ は以下のように与える。

$$\psi = kx - \omega t = kx - (\sum_{q=0}^{\infty} \epsilon^q \omega_q) t \dots (28)$$

式 (10) および式 (11) を水平床1次元の多層連成波動方程式に代入し、 ϵ のべき数毎に整理する。

(1) 線形分散関係

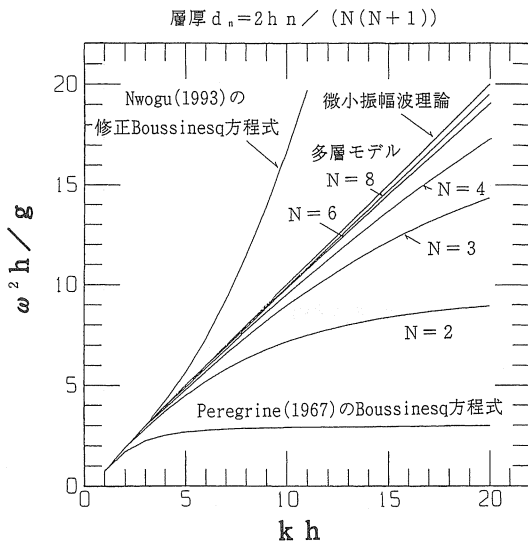
ϵ のオーダーからは、連続式より (29) が、運動方程式より (30) が得られる。

$$\omega_0 \eta^{(1)} + k \sum_{i=1}^N d_i u_i^{(1)} = 0 \dots (29)$$

$$\omega_0 u_n^{(1)} - g k \eta^{(1)} + k^2 \omega_0 \sum_{i=1}^N \alpha_{n,i} u_i^{(1)} = 0 \dots (30)$$

同次型の代数関係式である (29)、(30) が自明でない解を持つ条件から決定される線形の周波数 ω_0 と波数 k との関係は線形の分散関係に他ならず、 $u_n^{(1)}$ は微小振幅波理論の流速鉛直分布に対応するものである。なお、式 (29)、(30) は水平流速の鉛直分布を与える式 (4) において層の継ぎ目で流速が連続となる条件と一致することは容易に確認できる。

図-1は、多層モデルの線形分散関係を微小振幅波理論と比較したものであるが、相対水深のかなり大きな範囲において層数 N の増加とともに理論値に漸近して



図一 線形分散関係

おり、本モデルが広い周波数帯に適用できるものであることが確認される。なお、モデルの精度は層数が同じでも分割方法によって異なり、上層ほど細かく分割したほうが等分割よりも良好な線形分散特性を示すが、ここでは第n層が第1層のn倍の厚さとなるように分割している。

(2) 2次の非線形干渉

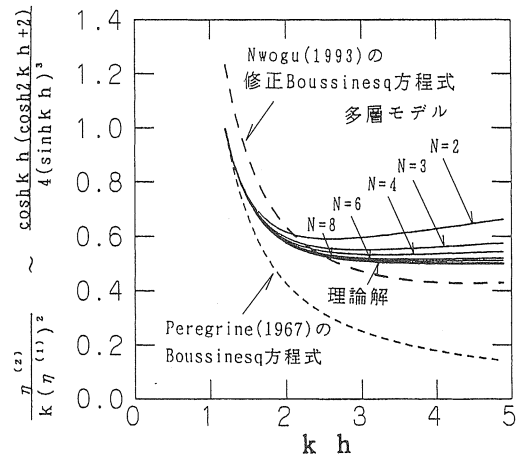
ϵ^2 のオーダーについて整理し、 $\sin \psi$ の係数をまとめると ω_1 が0であることを示す関係式が得られるが、ストークス理論において2次近似までは分散関係式が線形のものと同じであることに対応する。 $\sin 2\psi$ の係数を整理すると、連続式と運動方程式からそれぞれ(31)および(32)が得られる。

ただし、既に $\omega_1=0$ の条件を用いている。

$$\omega_0 \eta^{(2)} - k \sum_{i=1}^N d_i u_i^{(2)} = \frac{1}{2} k \left[\left(1 - \frac{1}{6} d_i^2 k^2\right) u_i^{(1)} + \frac{1}{2} d_i k^2 \sum_{i=1}^N d_i u_i^{(1)} \right] \eta^{(1)} \dots (31)$$

$$\begin{aligned} \omega_0 u_n^{(2)} + 4k^2 \omega_0 \sum_{i=1}^N d_i u_i^{(2)} - g k \eta^{(2)} \\ = \frac{1}{4} k \left[\left(1 - \frac{1}{6} d_i^2 k^2\right) u_i^{(1)} + \frac{1}{2} d_i k^2 \sum_{i=1}^N d_i u_i^{(1)} \right]^2 \\ - \frac{1}{4} k^3 \left(\sum_{i=1}^N d_i u_i^{(1)} \right)^2 - \frac{1}{2} k^2 \omega_0 \eta^{(1)} \sum_{i=1}^N d_i u_i^{(1)} \dots (32) \end{aligned}$$

$\eta^{(2)}$ と $\{u_n^{(2)}\}$ のN+1個の未知数に対するN+1個の条件式が与えられており代数的にこれらの値を求めることができる。



図二 2次の非線形干渉

式(31)、式(32)から求められる $\eta^{(2)}$ を用いて多層モデルによるストークスの2次近似波形 η は以下のように表せる。ただし、Hは波高である。

$$\eta = \frac{H}{2} \cos \psi + \frac{H^2 \eta^{(2)}}{4(\eta^{(1)})^2} \cos 2\psi \dots (33)$$

一方、ストークス波理論による2次近似波形は式(34)のように与えられるので、これを式(33)と比較することによって多層モデルの2次の非線形性の精度を検証することができる。

$$\eta = \frac{H}{2} \cos \psi + \frac{H^2}{16} k \frac{\cosh kh (\cosh 2kh + 2)}{(\sinh kh)^3} \cdot \cos 2\psi \dots (34)$$

図二は、 $\eta^{(1)}/h=0.1$ の条件下で両式の右辺第2項 $\cos 2\psi$ の係数を比較したものであり、横軸にはkh、縦軸は、多層モデル(細線)では

$$\frac{\eta^{(2)}}{k(\eta^{(1)})^2} \dots (35)$$

理論解(太線)では

$$\frac{\cosh kh (\cosh 2kh + 2)}{4(\sinh kh)^3} \dots (36)$$

をとっている。

比較のために示したPeregrine⁵⁾のBoussinesq方程式とNwoguの修正Boussinesq方程式に対する結果は高波数域で不整合がみられるのに対して、多層モデルの結果は層数の増加とともに理論解に漸近しており、2次の非線形干渉までは正しく評価できることがわかる。

4. 数値計算

(1) 1次元で検証計算結果

1次元での検証計算として、磯部³⁾と同様、大山ら⁶⁾が鉛直2次元の強非線形ポテンシャルモデルに対する

検証データとして採用した潜堤による規則波の変形の問題を扱った。

数値計算に際しては、水位と流速の定義点を空間方向にはスタガード、時間方向にはズレなしに配置し、時間・空間ともに中央差分を用いた。非線形項など時間微分の施されない項は2つの時間ステップにおける値の平均値で表示する予測子・修正子法とし、修正量の最大値が0.1%以下になった時点で時間ステップを進めた。

ここで取り扱った問題は、「海岸波動：土木学会編」7において鉛直2次元の強非線形ポテンシャルモデルに対するテストケースとして採用されたものであり非線形性、分散性の表現にかなりの精度が要求されるが、図-3（層数5での結果）に示すように本モデルでも概ね良好な再現性が得られている。

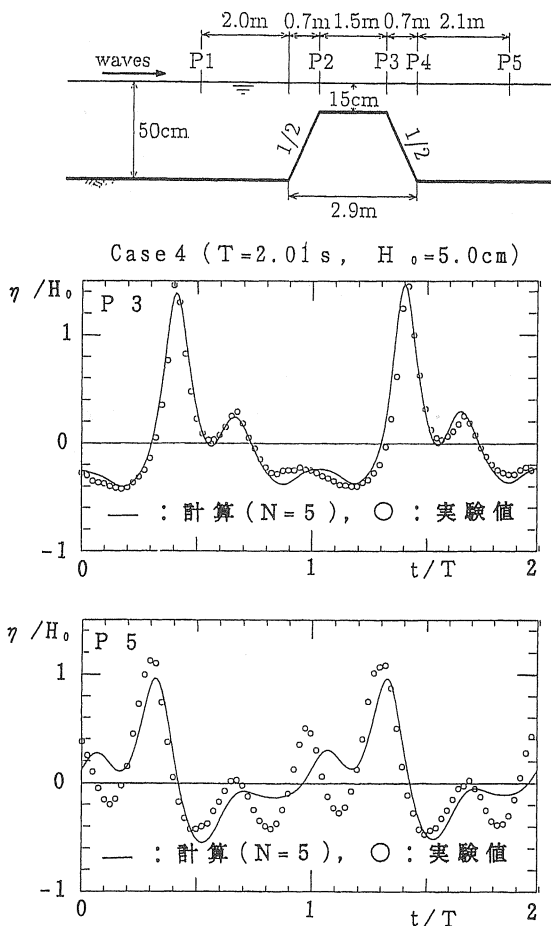


図-3 潜堤による規則波の変形の再現計算結果

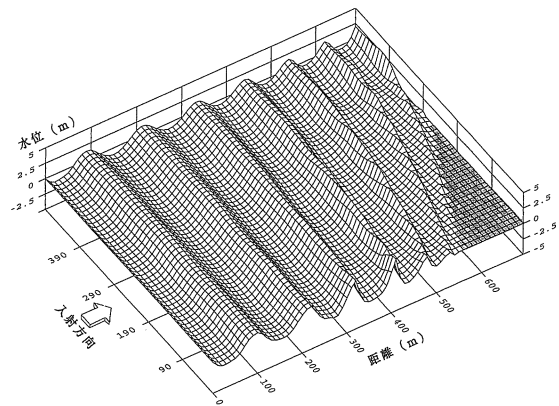


図-4 平面2次元3層モデルによる波浪場計算結果

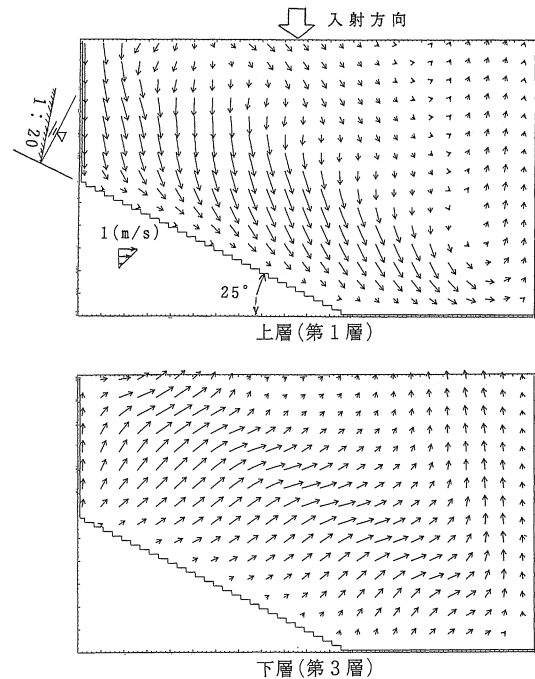


図-5 平面2次元3層モデルによる海浜流計算結果

(2) 平面2次元での試計算

平面2次元での試計算として平行等深線海岸に規則波が斜め入射した場合の波浪・流速場の算定を行った。

ただし、ここでは運動方程式として水深および層厚の空間勾配、静水面から水面までの鉛直加速度の効果および圧力を表示する際の鉛直流速による非線形項を無視して簡略化した次式を用いた。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \mathbf{u}_n}{\partial t} + (\mathbf{u}_n \cdot \nabla) \mathbf{u}_n + \frac{1}{d_n} \int_{-h_n}^{-h_{n-1}} w \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial z} dz + g \nabla \eta \\ & = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^N d_i d_j \nabla (\nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{u}_j}{\partial t}) + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{2} d_i^2 \nabla (\nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{u}_i}{\partial t}) \\ & + \sum_{i=n+1}^N \frac{1}{2} d_i d_n \nabla (\nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{u}_i}{\partial t}) + \frac{1}{3} d_n^2 \nabla (\nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{u}_n}{\partial t}) \\ & \dots\dots\dots (37) \end{aligned}$$

ここで、左辺第3項は、式(3)、(4)より次のように表せる。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{d_n} \int_{-h_n}^{-h_{n-1}} w \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial z} dz = \frac{1}{3} d_n^2 \nabla \mathbf{u}_n \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}_n) \\ & + \frac{1}{2} d_n \nabla (\nabla \mathbf{u}_n) \sum_{i=n+1}^N d_i \nabla \mathbf{u}_i \\ & + \frac{1}{2} d_n \nabla \mathbf{u}_n \sum_{i=n+1}^N d_i \nabla (\nabla \mathbf{u}_i) \\ & + (\sum_{i=n+1}^N d_i \nabla \mathbf{u}_i) (\sum_{i=n+1}^N d_i \nabla (\nabla \mathbf{u}_i)) \dots\dots\dots (38) \end{aligned}$$

平面2次元での数値計算においては、水位は $\Delta t/2$ 毎に、x方向の流速とy方向の流速は $\Delta t/2$ ズラして Δt 間隔で交互に定義するADI法を採用した。非線形項は2つの時間ステップでの諸量の積の形で表現し、繰り返し計算は行っていない。

砕波減衰の評価には片山・佐藤⁸⁾のモデルを用い、拡散項型の減衰が全層に作用するものとした。

図-4および図-5は海底勾配1/20の平行等深線海岸に規則波(沖端水深24mで波高3m、周期10s)を斜め入射(25°)させた場合の平面2次元3層モデルによる計算結果であり、図-4は空間水位分布、図-5は上層(第1層)と下層(第2層)の平均流速場を描いたものである。砕波に伴う沿岸流と戻り流れが重なった様子が表現されている。

5. おわりに

強分散性非線形平面波浪場に対する任意層数の多層連成波動モデルを提案し、その線形分散関係および2次の非線形干渉特性が層数の増加とともに理論値に漸

近することを示した。また、1次元問題および若干の簡便化を伴うものの平面2次元問題に対する数値計算を行い、モデルの基礎的な適用性を示した。

多層モデルの特徴の一つである準3次元的な境界条件の取り扱いについては手法を示すにとどまったが、本モデルの実用化という課題とともに今後の目標とする。

謝辞

本研究を行うに際し東北大学工学部の首藤伸夫教授、田中仁教授、東海大学工学部の後藤智明教授から貴重な御助言を頂いた。ここに記して謝意を表する。

参考文献

- 1) 灘岡和夫・中川康之：新しい非線形・分散性波動方程式による非線形波動場解析の試み、海岸工学論文集、第40巻、pp.6-10、1993
- 2) 後野正雄：強非線形平面不規則波動場に対する連成振動方程式とその基礎的特性、海岸工学論文集、第41巻、pp.16-20、1994
- 3) 磯部雅彦：非線形緩勾配方程式の提案、海岸工学論文集、第41巻、pp.1-5、1994
- 4) Nwogu, O. : Alternative form of Boussinesq equations for nearshore wave propagation, J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Eng., Vol.119, No.6, pp.618-638, 1993
- 5) Peregrine, D.H. : Long waves on a beach, J. Fluid Mech., Vol.15, pp.815-827, 1967
- 6) 大山 巧・喜岡 渉・多田彰秀：非線形分散波動場に対する数値モデルの適用性について、海岸工学論文集、第40巻、pp.11-15、1993
- 7) 土木学会編：海岸波動、一 波・構造物・地盤の相互作用の解析法一、土木学会、海岸工学委員会、研究現況レビュー小委員会、pp.520、1994
- 8) 片山裕之・佐藤慎司：Boussinesq方程式を用いた不規則波の浅水砕波変形の計算法、海岸工学論文集、第40巻、pp.16-20、1993